

Оригинални
научни радОливера Ј. Ђокић¹

Универзитет у Београду, Учитељски факултет



Ставови ученика четвртој разреда основне школе о учењу на часовима геометрије²

Резиме: Овај рад представља наставак истраживања о наставном истраживању Реалистично математичко образовање (РМО) као другом циклусу у суцесивном моделу микс-методској истраживања. У првом циклусу у квазиексперименталном истраживању са паралелним групама ученици експерименталне групе учили су по наставном истраживању реално окружење, док су ученици контролне групе учили по традиционалном наставном истраживању. Како су ефекти РМО истраживања потврђени, овај рад има за циљ да утврди да ли се у социоконструктивистичком окружењу и оквирима теорије РМО, у којем учитељ и ученик имају кључне улоге у конструисању знања, може утицати на ставове ученика о учењу у настави геометрије. Учеником овореној истраживању испитали смо ставове сто четрдесет девет ученика четвртој разреда основне школе о учењу на часовима геометрије. Из упитника добијени искази ученика о учењу су индуктивно издвојени у категорије и кодове, на чије смо димензије значења указали, а затим смо додатно обрађивали хи-квадрат тестом за поређење учесалости појављивања категорија у два група и проверавали смо статистичку значајност добијених разлика. Резултати показују да наставни истраживање реално окружење ученици доживљавају пријатним за учење, осећају се сигурнији за учење, и то за учење са разумевањем, имају изражену пошреду за активним учешћем у настави, радо прихватају иновативни модел ученика из којег уче. Отворили смо и истраживања за даља истраживања у иновативним наставним истраживањима у дужем временском периоду како бисмо испитали ефекте дугорочној вредновања математике од стране ученика.

Кључне речи: ставови ученика, димензије учења, настава геометрије, Реалистично математичко образовање (РМО), наставни истраживање реално окружење.

¹ olivera.djokic@uf.bg.ac.rs

² Овај рад је део пројекта „REP-Synergy: Towards improvement of Research capacities essential for teacher Education and Practices in Serbia and Estonia“ (project number IZ74Z0_160511), који је финансирала Швајцарска национална научна фондација (Swiss National Science Foundation).

Copyright © 2019 by the authors, licensee Teacher Education Faculty University of Belgrade, SERBIA.

This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (CC BY 4.0) (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original paper is accurately cited.

Увод

Ученички ставови о томе шта чини добро окружење за учење у настави математике снажан су предиктор онога што се одиграва у учионици (Hunter et al., 2016). Наведена студија о математичком образовању истиче резултате неколико истраживања која илуструју како промене педагошких пракси у иновативне педагошке праксе доводе до промена, како у улогама, тако и у ставовима и учитеља и ученика (Brough & Calder, 2012; Calder, 2015; Jorgensen, 2015; Kidman et al., 2013; Sawyer, 2013; Sullivan et al., 2012; Sullivan, 2015; према: Hunter et al., 2016: 219). Реч је о иновативним праксама које су уједно и развојно-истраживачке (Franke, Kazemi & Battey, 2007; према: Hunter et al., 2016: 220). У наведеној студији даје се преглед истраживања о учењу у настави математике у иновативним приступима, са фокусом на: а) промовисању и очувању математичке културе у учионици; б) промовисању продуктивног учионочког дискурса; в) промовисању и очувању ангажовања ученика и г) променама ученичких ставова. Слично проналазимо и у другим истраживањима (De Corte, Verschaffel & Depaepe, 2008; De Corte et al., 2010; Op't Eynde, De Corte & Verschaffel, 2002; Frenzel, Pekrun & Goetz, 2007).

Мекомбс (McCombs, 2014), трагајући за новим приступима у процени учења, оптимално окружење за учење сагледава не само из угла учитеља већ и из угла ученика (McCombs et al., 2008; према: McCombs, 2014: 248). Модел ученичке процене окружења за учење не мора да буде сложен, чак напротив. Једноставан поглед на то шта ученици кажу о свом учитељу и учионочком окружењу у којем се учење одвија и да ли су ангажовани у учењу, да ли се осећају задовољно док на одређени начин уче – може да се сматра сасвим прихватљивим моделом процене.

Ауторке Лалић Вучетић и Мирков (Lalić Vučetić, Mirkov, 2017) износе конзистентан налаз да чиниоци из афективног и мотивационог домена имају јаку предиктивну моћ у одно-

су на когнитивне чиниоце. Овај налаз потврђују и налази истраживања Тернера (Törner, 2014) и Ханјула (Hannula, 2006). Посебно занимљиво за наше истраживање је истраживање Оп'т Еиндеа, Де Кортија и Вершафела (Op't Eynde, De Corte & Verschaffel, 2006), које комбинује социоконструктивистичку перспективу учења и наставни приступ у којем су осећања ученика важни саставни делови. Бавимо се истраживањима о учионочком окружењу за учење математике и афективном димензијом учења у таквом окружењу (Antonijević, Bojović, 2017; García et al., 2016; Järvelä, 2001; Towers, Takeuchi & Martin, 2018), анализирајући односе ставова ученика о математици, њиховим осећањима и понашањима док уче у различитим наставним приступима.

Наставни приступи у математичком образовању – традиционални и реалистични. У литератури се издваја неколико приступа математичком образовању – традиционални (механицистички), емпиријски, структуралистички и реалистични (Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014). У нашем истраживању бавимо се традиционалним и реалистичним. За традиционални приступ карактеристично је меморисање математичких процедура и он је усмерен на усвајање знања из математике, док се у реалистичном препознаје математички аспект при решавању контекстуалних проблема, у ком се откривају правилности и релације и формирају математички појмови и овај приступ усмерен је на развој способности ученика (Ahmad Fauzan, Slettenhaar & Plomp, 2002; Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014).

Образовни процес са реалистичним приступом супротан је механицистичком јер подстиче учење са разумевањем и заснован је на идеји о математици као вођеном процесу (повног) открића математичких идеја ради разумевања поступка математизације као организованог процеса учења у којем се елементи реалног контекста мењају у математичке објек-

те и релације (Van den Heuvel-Panhuizen, 2010). У основи лежи идеја о препознавању проблема (модел задатка) у реалним ситуацијама и путевима њиховог решавања. Задаци у контексту се користе да би се превасходно дошло до нових сазнања, и то оних формалних знања, која су на другачији начин стечена, као и да би се учила могућност њихове шире примене, изван саме математике (Ђокић, 2014). Основне карактеристике овог приступа су коришћење контекста, коришћење модела, активно учешће ученика у процесу учења, интерактивна природа наставе, комбиновање различитих метода учења. Различите активности ученицима дају прилику да успостављају *везе између њосмаираних објеката и догађаја и аистиракйних маиемаиичких идеја које објашњавају односе између њих објеката и догађаја*.

У конструисању знања ученика у РМО приступу кључне улоге имају учитељ (Cobb, Zhao & Visnovska, 2008; Van den Heuvel-Panhuizen, 2000; Visnovska & Cortina, 2018) и уџбеници (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000; Arsaythamby & Zubainur, 2014; Laurens et al., 2018). Посредничка улога учитеља и дидактички материјал за учитеље су кључни у реализацији наставних програма. Оно што је у фокусу рада учитеља у реалистичном приступу јесу организација наставних активности и учioniчки дискурс. Посебан приоритет у развоју интерпретативног оквира РМО теорије јесте да се омогући да се учење у математици смести у друштвени контекст учioniце док учење траје (Cobb & Yackel, 1996; према: Cobb, Zhao & Visnovska, 2008: 106). Фројдентал (Freudenthal, 1991; према: Van den Heuvel-Panhuizen, 2000: 9) сугерише да математичко образовање буде организовано као процес вођеног (поновног) откривања математичких идеја. Под учитељевим руководством ученици прелазе исти онај пут којим су математичари откривали математичке идеје и на исти начин као и они долазе до самих математичких идеја; дакле, њиховим поновним откривањем. Ово имплицира да у РМО приступу учи-

тељи и уџбеници имају кључне улоге у конструисању знања. Они управљају процесом учења, али не на фиксирани начин, демонстрирајући оно што ученици имају да науче. Ово би било у сукобу са принципом активног учешћа ученика у процесу учења. Уместо тога, ученицима је потребан простор за конструкцију математичких знања. Да би постигли ово жељено стање, учитељи морају да обезбеде ученицима окружење за учење у којем се може појавити процес формирања појмова. Један од услова је тај да учитељи морају да буду у стању да предвиде места и начине ученичких неразумевања и развоја способности ученика које се тек називу (Streefland, 1985; према: Van den Heuvel-Panhuizen, 2000: 9). Дидактички уџбенички материјали измењеног концепта, где су увођење појмова и места примене знања засновани на контекстуалним проблемима (Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014), требало би да садрже сценарије који имају потенцијал полуге у преласку од ученичког неразумевања ка разумевању појмова. За овакве сценарије важно је да увек имају перспективу дугорочне путање учења на основу жељених циљева. Без овога није могуће водити ученике.

Предмет и циљ истраживања. Предмет нашег истраживања су ученички ставови о учењу на часовима геометрије, о раду на геометријским задацима, о мотивисаности ученика за разговор о геометријским задацима, о употреби дидактичких средстава у процесу учења у настави геометрије и заинтересованости ученика за учење геометрије из уџбеника као основне књиге за учење. Овим истраживањем поставили смо циљ - утврдити да ли социоконструктивистичко окружење дизајнирано према РМО теорији утиче на ученичке ставове о учењу у настави геометрије која се изводи у измењеном наставном приступу, од традиционалног ка реалистичном. Наведени циљ смо операционализовали кроз следеће истраживачке задатке:

- 1) Уколико социоконструктивистичко окружење дизајнирано према РМО теорији утиче на ученичке ставове о учењу у настави геометрије, испитати који су то најзначајнији фактори који изазивају настале промене у афективној димензији учења и
- 2) Испитати да ли се афективно-мотивациона варијабла може сматрати важним предиктором постигнућа ученика у математици.

Методологија истраживања

Први циклус истраживања раније изведен. Експериментални програм био је усмерен на когнитивне нивое знања ученика (знање, примена, резоновање, у које смо инкорпорирали три различите парадигме вежбања у математичком, семиреалном и реалном контексту) како би се утврдили ефекти РМО приступа и иновативног модела уџбеника математике који је подржавао реалистичан приступ настави. Код експерименталне групе је, као независна варијабла, уведен иновативни модел уџбеника. Контролна група учила је по традиционалном приступу, са карактеристичним меморисањем математичких процедура и усвајањем знања из математике, што смо закључили на основу уџбеника који су учитељи користили, а који је, према нашој анализи (Ђокић, 2015а; 2015b), имао осцилације у захтевима задатака, без постепеног пораста нивоа знања, изражен кроз захтеве задатака. Зависна варијабла је успех ученика изражен кроз разлику постигнућа на тестовима знања (почетни и завршни тест), исказан по завршетку обраде уџбеничке теме *Квадар и коцка*. У поређењу двеју група, с обзиром на укупно постигнуће на двама тестовима, добијен је очекивани раст средње вредности постигнућа ученика експерименталне групе. Разлика је указала да постоји ефекат реалистичног

приступа и примењеног иновативног модела уџбеника на постигнућа ученика из геометрије и статистички се потврдило дејство независне варијабле иновативни модел уџбеника на зависну варијаблу постигнуће ученика. Резултати истраживања су показали да је експериментална група значајно напредовала у односу на контролну. Осим когнитивне димензије учења, занимало нас је каква је њена афективна димензија и шта се заправо дешавало у учионици док је учење у геометрији трајало.

Други циклус истраживања као ставовак истраживања. Наш узорак у испитивању ставова ученика о настави геометрије чинило је шест одељења четвртог разреда ОШ „Милан Ђ. Милићевић“ из Београда, укупно сто четрдесет девет ученика. Три одељења у експерименталној групи са седамдесет три (48,99%) ученика и три одељења у контролној групи са седамдесет шест (51,01%) ученика. Структура ученика по полу је осамдесет шест (57,71%) дечака и шездесет три (42,29%) девојчице. Сарађивали смо са укупно шест учитеља.

Метод, инструменти. У микс-методском приступу применили смо сукцесивни модел у којем се циклуси квантитативне и квалитативне компоненте истраживања остварују један за другим (Teddlie & Tashakkori, 2009; према: Matović, 2015: 14). Квантитативна компонента која се реализовала у првом циклусу имала је приоритет у нашем истраживању – испитивање ефеката РМО приступа на постигнућа ученика. Циклусе двеју наведених компоненти повезали смо тако што смо сазнања из првог циклуса користили за разраду садржаја и методологију истраживања у другом циклусу, а квалитативну компоненту за истраживање различитих димензија учења. Значајна предност оваквог комбинованог истраживања лежи у обезбеђивању потпунијих сазнања о реалистичном приступу и шта се све дешавало у учионици док је учење трајало. Такође, оно истовремено омогућава тестирање и раз-

вијање теорије (Teddlie & Tashakkori, 2009; према: Matović, 2015: 16). Матовић наводи да се тестирање теорије обично наводи као специфичност квантитативног приступа, док се развијање теорије више повезује са квалитативним приступом, што се уклапа у идеју Ван ден Хевел Панхојзен о теорији РМО као теорији која је у развоју (Van den Heuvel-Panhuizen, 2010), па ће нам примењена квалитативна компонента истраживања дати ширу слику о учењу које се одвија у реалистичном приступу и њеним развојним правцима.

Обрада њрикуљених њодатака. После завршеног експерименталног програма у трајању од две седмице током априла 2010. године, анкетирали смо ученике обеју група специјално дизајнираним упитником за ово истраживање (в. Прилог). Испитали смо какве ставове ученици заступају о наставним приступима, а коришћени инструмент је упитник отвореног типа. Питања која су нас занимала и од којих смо пошли дефинисана су као дедуктивни елементи из оквира теоријских разматрања Оп'т Еиндеа и сарадника (Op't Eynde et al., 2002), и то ставова ученика: 1) о математичком образовању; 2) о самима себи и 3) о учиоичком контексту. Питања у Упитнику су формирана тако да буду ближа искуствима ученика, обрнутим редоследом: 1) о учиоичком контексту; 2) о самима себи и 3) о математичком образовању. Ученици су одговорали на шест постављених питања у току једног школског часа, а истраживач је ученике упознао са питањима и давао додатна објашњења на ученичке недоумице. Питања су се односила на ученичке ставове о учењу на часовима геометрије, о раду на домаћем задатку и тежим занимљивим задацима у геометрији, о мотивисаности ученика за разговор о задацима на часу геометрије, о учењу на часовима геометрије при употреби дидактичких средстава, о задацима примене знања у геометрији и о заинтересованости ученика за учење геометрије из уџбеника као основне књиге за учење. Из упитника добијени искази ученика су прво издвојени у категорије, а примењени

пут за њихово формирање је индуктивни. Користили смо тзв. отворено кодирање (Bryman, 2012; Mayring, 2015; Creswell, 2014) у вези са позитивним и негативним исказима ученика. Приликом кодирања служили смо се поступцима квалитативне анализе садржаја (Bryman, 2012; Matović, 2015; Mayring, 2015; Ševkušić, 2011; Creswell, 2014). Посебно смо се ослањали на предлоге за математичко образовање из рада Мајринга (Mayring, 2015), кроз три форме у интерпретацији исказа ученика: редуковање исказа, њихово ближе објашњење и структурирање исказа ученика у категорије, откривајући комплексност и разноликост онога што се дешавало у учионици док је учење у наставном приступу реално окружење трајало.

Подаци којима се користимо су категоријске природе (ученици су давали или нису давали исказе на постављена питања у Упитнику), те су подаци представљени као фреквенције појављивања одређених категорија. Податке смо представили дескриптивно преко фреквенци у укрштеним кростабулацијама за две групе – експерименталну и контролну. Податке смо обрађивали непараметријском техником – за поређење учесталости појављивања категорија у различитим групама хи-квадрат, а само закључивање о различитим учесталостима појављивања категорија и уочене разлике проверавали смо статистичким тестом.

Резултати истраживања

Представимо издвојене категорије о учењу на часовима геометрије добијене на основу исказа ученика (добијене на питањима из Упитника, в. Прилог), а затим укажимо и на димензије значења издвојених категорија о учењу.

На основу првог питања из Упитника индуктивним путем дошли смо до категорије *учење на часовима геометрије*, која је постала надређена категорија у односу на пет издвојених кодо-

ва унутар ње. До ове категорије и њој подређених кодова дошли смо поступком апстраховања исказа ученика. Реч је о следећим кодовима (Схема 1): начин на који се учи, објашњења и вођења учитеља, клима на часу, ученик и његов однос према учењу и задаци за учење на часовима. Укажимо на димензије значења сваког од формираних кодова.

Апстраховањем позитивних и негативних исказа ученика добили смо први издвојени код *начин на који се учи*. Тако су се на листи позитивних исказа ученика нашли неки од следећих типичних исказа: *Доста тога смо научили; Занимљиво сам учио/ла; Одлично сам учио/ла; Учио/ла сам да разумем; Лако сам учио/ла; Јасно је било учење; Кроз игру сам учио/ла; Врло јажљиво сам учио/ла; Заједно са друговима сам учио/ла и радио/ла задатке; Учио/ла сам као студент*, а на листи негативних неки од следећих типичних исказа: *Тешко сам учио/ла; Задњих часова сам комликовано и тешко учио/ла; Већину нисам разумео/ла док сам учио/ла; Било је још горе учење у учењу; Нисам навикао/ла на овакав метод рада*. За овај код навели смо ширу листу и позитивних и негативних исказа ученика, што нам указује на то да је начин на који се учи посебно важан ученицима. Наиме, ако већина ученика спонтано помиње начин на који учи, онда можемо да претпоставимо да на њега ученици

посебно обраћају пажњу и то је важна информација из методичке перспективе. Осећај задовољства/незадовољства док на одређени начин уче ученици су издвојили у овом моделу процене окружења за учење, онако како то помиње Мекомбсова у својим истраживањима (McCombs, 2014).

На основу позитивног исказа у истој категорији *Све је било лепо објашњено*, те негативног *Нисам баш најбоље разумео/ла учитеља*, дошли смо до другог издвојеног кода *објашњења и вођења учитеља*. За овај код знатно је краћа листа исказа ученика него што је листа исказа за код начин на који се учи. Свој став о улози учитеља ученици су изнели у двама исказима који су се понављали, чиме се стиче утисак да она у ставовима ученика није посебно наглашена као значајна у учењу. Запазили смо да нико од ученика који су учили геометрију у реалистичном приступу није навео негативан исказ за објашњења и вођења учитеља. Шта ученици кажу о свом учитељу такође је издвојено у овом моделу процене окружења за учење, онако како то помиње Мекомбсова (McCombs, 2014).

Апстраховањем позитивних и негативних исказа ученика добили смо трећи издвојени код *клима на часу*. На листи позитивних исказа нашли су се типични искази: *Нисам знао/ла да је геометрија тако забавна; Одлични часови; Лепо*

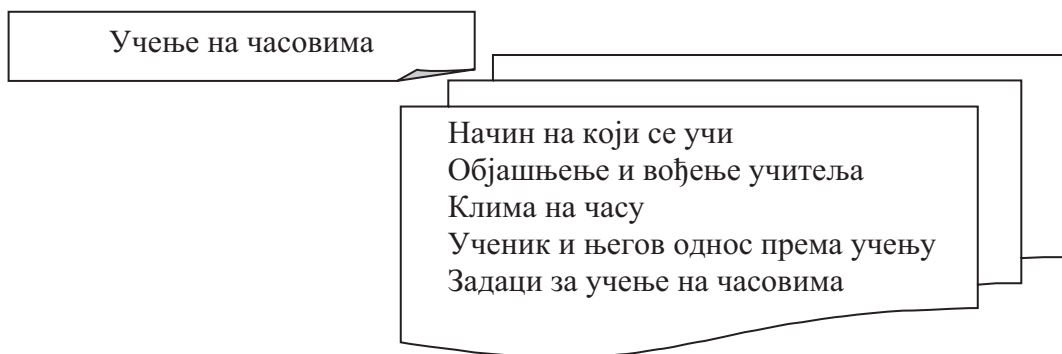


Схема 1. Пет издвојених кодова за прву категорију учење на часовима геометрије.

смо се њровели у школи, а на листи негативних типичан исказ: *Углавном ми се није дојало*. За разлику од кода објашњења и вођења учитеља, код клима на часу има ширу листу позитивних ученичких исказа. Из овога се да закључити да и клими на часу и начину на који уче ученици придају значај. И у овом коду смо запазили да ниједан ученик који је учио у реалистичном приступу није дао негативан исказ.

Апстраховањем позитивних исказа у истој категорији, а типични су: *Трудио/ла сам се да ујамџим и њрименим све шџо сам научио/ла на часовима; Јављао/ла сам се да урадим досџа задатџака на табли у школи; Све сам редовно радио/ла у школи*, дошли смо до четвртог кода ученик и њејов однос њрема учењу. Нема негативних исказа ученика. Шири је листа позитивних исказа у односу на објашњења и вођења учитеља, па чак и за климу на часу. За разлику од позитивних исказа, уопште нема негативних исказанити у једној од група и ово је једини такав издвојени код. На основу овога можемо да закључимо да ученици имају добро изграђен став према учењу, веома се труде док учење траје. Ученици у овом моделу процене окружења за учење издвајају сопствено ангажовање у учењу, онако како то Мекомбсова наводи у својим истраживањима (McCombs, 2014).

Апстраховањем позитивних и негативних исказа ученика добили смо пети издвојени код – *задачи за учење на часовима*. На листи позитивних исказа нашли су се типични искази:

Занимљиви задачи; Разни задачи; Омиљени су ми били џешки задачи; а на листи негативних искази: *Неки задачи су били џешки; Мнојо је задатџака за домаћи*. Примеђујемо да ипак нешто више има позитивних исказа у односу на негативне. Занимљиво је запазити да је листа ученичких исказа о задацима за учење краћа од листе исказа о начинима на који ученици уче, листе исказа о ученичким односима према учењу и листе исказа о клими на часу, иако би било очекивано да математички задатак буде тај који побуђује ученике на учење, који ствара мотивацију за учење. За остала питања из Упитника (од другог до шестог, в. Прилог) и формиране категорије *о раду на домаћем задатџку и о џежим занимљивим задацима, о мотивисаносџи ученика за разговор о задацима на часу, о учењу на часу џри ујоџреби дидактичких средстава, о задацима џримене знања и о заинџересованосџи ученика за учење из уџбеника* нисмо добили посебно издвојене кодове будући да су искази ученика били веома разнолики и нисмо могли да их подведемо под одређене кодове (Схема 2).

Тако је квалитативна компонента нашег истраживања добила укупно седам издвојених категорија и у оквиру прве категорије као надређене укупно пет кодова. Укажимо на димензије значења преосталих шест категорија.

Категорију *рад на домаћем задатџку* смо добили из позитивних исказа ученика, са типичним: *Радио/ла сам их са задовољсџвом; Радио/ла сам их са црџањем (скиџом или замишљеном*

Рад на домаћем задатку
Рад на тежим занимљивим задацима
Мотивисаност ученика за разговор о задацима на часу
Учење на часу при употреби дидактичких средстава
Задачи примене знања
Заинтересованост ученика за учење из уџбеника

Схема 2. Преосталих шестџ издвојених категорија.

сликом) када ми је било тешко да их радим; Није било много домаћих; Били су јасни задаци за домаћи; Желео/ла сам да будем уредан/уредна у геометрији и типичних негативних исказа ученика: Тешко сам радио/ла домаћи задатак; Мало су домаћи из уџбеника. Много је шира листа позитивних исказа од листе негативних исказа. Ученици тиме изражавају значај домаћег задатка у настави геометрије као самосталног облика рада и битној димензији учења.

Категорију рад на тежим занимљивим задацима добила смо из позитивних исказа ученика, са типичним: Волим да решавам такве задатке; Иако су били тешки, бар је било забавно радити их; Брзо сам их радио/ла; Редовно сам их радио/ла; Не знам како сам успео/ла да их урадим и негативних исказа ученика, а типичан је: Нисам их схватио/ла; Тешко сам их радио/ла. Доста је широка листа позитивних исказа ученика за категорију рад на тежим занимљивим задацима, баш као и за категорију рад на домаћем задатку. Много је шира листа позитивних исказа ученика о раду на тежим занимљивим задацима од листе негативних, као и за категорију рад на домаћем задатку. Ученици овим изражавају значај тежих задатака у настави геометрије, чиме се настава геометрије види и као индивидуализована настава, тј. тежи задаци постају битна димензија учења у таквој настави.

Категорију мотивисаности ученика за разговор о задацима на часу смо добила из позитивних исказа ученика, типични су: Лако сам разговарао/ла о задацима; Да ми све буде јасно, да разумем и само једног негативног исказа: Нисам разговарао/ла. Ученици нису посебно ни позитивно ни негативно мотивисани да разговарају о задацима на часу, што свакако за последицу има рад на задацима, а што се види из издвојеног кода задаци за учење у категорији учење на часу. Опажамо да ни ученици који су учили у реалистичном окружењу, у којем је изражен учioniчки дискурс, нису увек спремни да изразе свој став о задацима.

Категорију учење на часу при уједнојреди дидактичких средстава смо добила из краће листе ученичких позитивних исказа, типичан је: Помаћали су многи и само једног негативног исказа: Нису помаћали, ошјежавали су. Занимљиво је издвојити један ученички исказ који се јавио први пут као неодлучан: Нису ни једно ни друго. Из овога се да закључити да ученици не придају много значаја дидактичким средствима у настави геометрије иако се сликовним представама геометријских објеката на папиру не успева у потпуности створити јасна представа о елементима и о односу елемената на геометријском објекту. Стога је оправдано да се користе дидактичка средства у наставном процесу која имају посебно позитиван утицај на сазнање ученика (Ђокић, 2014; 2015b).

Категорију задаци примене знања добила смо из позитивних исказа ученика, типични су: Лако сам их решавао/ла; Лео и негативних исказа, са типичним: Тежи су; нисам их решавао/ла. Листа и једних и других исказа није дуга. У делу истраживања које је претходило испитивању ставова ученика о традиционалном и реалистичном приступу анализирани су и задаци примене знања у уџбеницима (Ђокић, 2015a), у којима смо уочили присуство везе са животом и практичним проблемима. То је оно што и сам наставни програм математике тражи. Међутим, уочили смо да су често такви задаци лоше задати, јер није једноставно препознавати ситуације из свакодневног живота које дају повод за реаговање математичким симболима и језиком. Из овога се да закључити да ни сами ученици не препознају значај оваквих типова задатака. Можда овакав резултат не треба да нас изненађује будући да ни категорија мотивисаности ученика за разговор о задацима није имала ширу лепезу ученичких исказа. Експлицитно и систематско вођење разговора важан је аспект при стварању културне и друштвене конструкције знања која обезбеђују активну примену знања (De Corte et

al., 2008; 2010; Ђокић, 2014), а то је овде изостало, што се да закључити из ученичких исказа.

Категорију *заинтересованости* ученика за учење из *уџбеника* смо добили из позитивних ученичких исказа, са типичним исказима: *Веома занимљив, са мноћо задатака и питања за размишљање; Радо сам учио/ла из њега, доста се научи; Лей; Поучан; Сливовић* и само једног негативног: *Тежак је*. Листа ученичких позитивних исказа доста је дужа од листе негативних. Ученици примећују значај *уџбеника* у процесу учења. Одговарајућим структурисањем *уџбеничких* целина може се постићи ефекат активирања ученичких потенцијала за формирање геометријских појмова и решавање проблема (Ђокић, 2014; 2015b).

Неки од исказа ученика су се понављали унутар исте групе, али се дешавало да се исти исказ појави и у различитим групама, тј. понављали су се исти искази у експерименталној и контролној групи. С обзиром на ову појаву, желели смо да видимо да ли се расподеле фреквенци двеју група за појединачне категорије/кодове разликују и, ако је тако, постоји ли статистичка значајност у добијеним разликама за два наставна приступа – реалистични и традиционални. Користили смо хи-квадрат тест. Податке које смо добили овом непараметријском техником приказали смо табеларно. У табелама за свих седам категорија и пет кодова кростабуларно смо представили учесталости појављивања категорија/кодова у двама групама – експерименталној и контролној.

За надређену категорију *учење на часовима* и издвојени први код *начин на који се учи* за позитивне исказе ученика дајемо податке у Табели 1.

Табела 1. Позитивни ученички искази о учењу на часовима – начин на који се учи.

	Број ученика који не даје исказ	Број ученика који даје исказ	Укупан број ученика
Број ученика експерименталне групе	22	51	73
Број ученика контролне групе	37	39	76
Укупан број ученика	59	90	149

Хи-квадрат је показао да постоји статистички значајна разлика у расподели фреквенци експерименталне и контролне групе за наведену категорију (хи-квадрат=5,355; df=1; p=0,021) (статистички значајна разлика се читава на нивоу 0,05, али не и на нивоу 0,01). У Табели 2 дати су подаци о броју негативних исказа у оквиру разматране категорије.

Табела 2. Негативни ученички искази о учењу на часовима – начин на који се учи.

	Број ученика који не даје исказ	Број ученика који даје исказ	Укупан број ученика
Број ученика експерименталне групе	59	14	73
Број ученика контролне групе	45	31	76
Укупан број ученика	104	45	149

Хи-квадрат је такође показао да постоји статистички значајна разлика за наведену категорију негативних ученичких исказа (хи-квадрат=8,250; df=1; p=0,004). Приметимо да су ученици обеју група веома често давали исказе за *начин на који се учи* (табеле 1 и 2), што говори о томе да је он значајан у искуству ученика. Па

ипак, позитивни искази чешћи су у експерименталној групи, а негативни обрнуто – у контролној. Добијене разлике иду у прилог томе да је начин на који су ученици учили у реалном окружењу био погоднији за учење од начина учења у традиционалном приступу, што сматрамо важном димензијом учења.

За надређену категорију *учење на часовима* и издвојени други код *објашњења и вођења учитеља* за позитивне исказе ученика дајемо податке у Табели 3.

Табела 3. Позитивни ученички искази о учењу на часовима – објашњења и вођења учитеља.

	Број ученика који не даје исказ	Број ученика који даје исказ	Укупан број ученика
Број ученика експерименталне групе	69	4	73
Број ученика контролне групе	54	22	76
Укупан број ученика	123	26	149

Хи-квадрат је показао да постоји статистички значајна разлика за наведену категорију (Јејтсовом корекцијом³ компензована вредност хи-квадрат=12,654; df=1; p=0,000). У Табели 3 видимо да су ученици контролне групе чешће позитивно коментарисали објашњења и вођења учитеља. Разлог овоме може да буде израженија, директнија улога учитеља у традиционалном приступу него у реалистичном, док је у реалистичном присутно веће ангажовање ученика у процесу учења. За исту категорију негативне процене дати су подаци у Табели 4.

3 У табелама 2x2 нисмо увек добијали у свим ћелијама очекивану фреквенцу 5 или више ученичких исказа, па смо увели Јејтсову корекцију, која је компензовала процењену вредност хи-квадрата, а која је последица малог броја димензија у оваквим табелама.

Табела 4. Негативни ученички искази о учењу на часовима – објашњења и вођења учитеља.

	Број ученика који не даје исказ	Број ученика који даје исказ	Укупан број ученика
Број ученика експерименталне групе	73	0	73
Број ученика контролне групе	71	5	76
Укупан број ученика	144	5	149

Резултати су другачији за разматрану категорију негативних исказа. Хи-квадрат није показао да постоји статистички значајна разлика између двеју група (Јејтсовом корекцијом компензована вредност хи-квадрат=3,148; df=1; p=0,076). Па ипак, неки ученици негативно су коментарисали објашњења и вођења учитеља у традиционалном приступу док то није учинио ниједан ученик у реалистичном приступу (Табела 4).

За надређену категорију *учење на часовима* и издвојени трећи код *клима на часу* за позитивне исказе ученика дајемо податке у Табели 5.

Табела 5. Позитивни ученички искази о учењу на часу – клима.

	Број ученика који не даје исказ	Број ученика који даје исказ	Укупан број ученика
Број ученика експерименталне групе	57	16	73
Број ученика контролне групе	73	3	76
Укупан број ученика	130	19	149

Хи-квадрат је показао да постоји статистички значајна разлика за наведену категорију.

рију (Јејтсовом корекцијом компензована вредност хи-квадрат=9,253; $df=1$; $p=0,002$). У Табели 5 уочавамо да су ученици експерименталне групе чешће позитивно давали исказе за климу на часу него што су то чинили ученици контролне групе. Ово говори у прилог томе да ученици доживљавају реално окружење пријатним за учење, што сматрамо важном димензијом учења – да се ученик осећа пријатно док учи. За исту категорију негативне процене дати су подаци у Табели 6.

Табела 6. Нејативни ученички искази о учењу на часу – клима.

	Број ученика који не даје исказ	Број ученика који даје исказ	Укупан број ученика
Број ученика експерименталне групе	73	0	73
Број ученика контролне групе	74	2	76
Укупан број ученика	147	2	149

Другачији резултат смо добили за негативне исказе исте категорије. Хи-квадрат није показао да постоји статистички значајна разлика између двеју група (Јејтсовом корекцијом компензована вредност хи-квадрат=0,467; $df=1$; $p=0,494$). Уочавамо да ниједан ученик који учи у реалистичном приступу није негативно процењивао климу на часу, док таквих коментара ипак има код ученика који уче у традиционалном приступу.

За надређену категорију *учење на часовима* и издвојени четврти код *ученик и његов однос према учењу* за позитивне исказе ученика дајемо податке у Табели 7.

Табела 7. Позитивни ученички искази о учењу на часу – ученик и његов однос према учењу.

	Број ученика који не даје исказ	Број ученика који даје исказ	Укупан број ученика
Број ученика експерименталне групе	61	12	73
Број ученика контролне групе	74	2	76
Укупан број ученика	135	14	149

Хи-квадрат је показао да постоји статистички значајна разлика у расподели фреквенци двеју група за наведену категорију (Јејтсовом корекцијом компензована вредност хи-квадрат=6,795; $df=1$; $p=0,009$). У Табели 7 уочавамо да су ученици експерименталне групе чешће позитивно процењивали свој однос према учењу, што сматрамо важном методичком импликацијом. Ученици који уче у реалистичном приступу исказују већу спремност за учење него ученици у традиционалном приступу. За исту категорију негативних исказа дати су подаци у Табели 8.

Табела 8. Нејативни ученички искази о учењу на часу – ученик и његов однос према учењу.

	Број ученика који не даје исказ	Број ученика који даје исказ	Укупан број ученика
Број ученика експерименталне групе	73	0	73
Број ученика контролне групе	76	0	76
Укупан број ученика	149	0	149

Читајући податке у Табели 8, примећујемо да ни у једној од група нема ученика који су негативно процењивали свој однос према учењу. Сви ученици су одговорили исто (хи-квадрат као константа није ни израчунат).

За надређену категорију *учење на часовима* и издвојени пети код *задачи за учење* за позитивне исказе ученика дајемо податке у Табели 9, а за негативне исказе ученика у Табели 10.

Табела 9. Позитивни ученички искази о задацима за учењу на часу.

	Број ученика који не даје исказ	Број ученика који даје исказ	Укупан број ученика
Број ученика експерименталне групе	69	4	73
Број ученика контролне групе	70	6	76
Укупан број ученика	139	10	149

Хи-квадрат није показао да постоји статистички значајна разлика за наведену категорију позитивних исказа (Јејтсовом корекцијом компензована вредност хи-квадрат=0,068; df=1; p=0,794), али ни за негативне исказе (такође Јејтсовом корекцијом компензована вредност хи-квадрат=0,001; df=1; p=0,972).

Табела 10. Негативни ученички искази о задацима за учењу на часу.

	Број ученика који не даје исказ	Број ученика који даје исказ	Укупан број ученика
Број ученика експерименталне групе	71	2	73
Број ученика контролне групе	75	1	76
Укупан број ученика	146	3	149

Ученици обеју група су ретко давали исказ о задацима за учење (табеле 9 и 10). Овај резултат нас је изненадио за ученике експерименталне групе будући да је срж иновативних наставних приступа управо математички задатак (Ђокић, 2014; 2015b; De Moor, 1999; Fauzan et al., 2002; Cheeseman et al., 2013, Sullivan et al., 2014; Sullivan et al., 2013; Williams, 2013; према: Hunter et al., 2016: 219). Заједничка карактеристика наведених приступа је сарадничко учење и задаци који позивају на истраживање, дискусије и рефлексије. Наша претпоставка је да до промене става ученика експерименталне групе није дошло због ипак краћег трајања експерименталног програма, јер реално окружење захтева удубљеност ученика у дискусију о задацима за учење. Сличне резултате смо добили и за категорију рад на домаћем задатку.

Податке о позитивним, односно негативним исказима ученика за категорију *рад на домаћем задатку* приказујемо у Табели 11, односно Табели 12.

Табела 11. Позитивни искази ученика о раду на домаћем задатку.

	Број ученика који не даје исказ	Број ученика који даје исказ	Укупан број ученика
Број ученика експерименталне групе	11	62	73
Број ученика контролне групе	9	67	76
Укупан број ученика	20	129	149

Хи-квадрат није показао да постоји статистички значајна разлика за наведену категорију позитивних исказа (хи-квадрат=0,334; df=1; p=0,564), па ни за негативне исказе (хи-квадрат=0,836; df=1; p=0,360). Примећујемо да је већина ученика обеју група за ову категорију давала исказ изражавајући позитиван став о до-

маћем задатку у настави геометрије (Табела 11). Негативни искази знатно су ређе помињани у обема групама (Табелу 12), али ипак нешто више у контролној групи. Овакав резултат можда не би требало ни да нас изненађује будући да је категорија задаци за учење слично процењена. Истраживање Купера и сарадника (Cooper et al., 1998) показује сличне резултате. Они сматрају налазе корисним ако претпоставимо да су слабија постигнућа ученика детерминанта позитивних ставова, али не и обрнуто. Ученици који су учили по традиционалном приступу имали су слабија постигнућа и претпостављамо да домаћи задатак сматрају корисном стратегијом као подршком учењу.

Табела 12. Негајивни искази ученика о раду на домаћем задатку.

	Број ученика који не даје исказ	Број ученика који даје исказ	Укупан број ученика
Број ученика експерименталне групе	66	7	73
Број ученика контролне групе	65	11	76
Укупан број ученика	131	18	149

Запазили смо да је неколико ученика који су учили геометрију по традиционалном приступу давало и позитивне и негативне исказе о раду на домаћем задатку, чиме показују још увек неизграђен став по питању улоге и места домаћег задатака у настави геометрије.

У Табели 13 приказани су подаци о броју позитивних исказа ученика за категорију *рад на тежем занимљивим задацима*.

Табела 13. Позитивни ученички искази о раду на тежем занимљивим задацима.

	Број ученика који не даје исказ	Број ученика који даје исказ	Укупан број ученика
Број ученика експерименталне групе	21	51	72
Број ученика контролне групе	33	43	76
Укупан број ученика	54	94	148

Један ученик, од њих сто четрдесет девет, није одговорио на питање из Упитника. Хи-квадрат показује различиту расподелу фреквенци за категорију *рад на занимљивим тежем задацима* за позитивне и за негативне исказе, и то тако да нема статистичке значајности разлика за позитивне исказе (хи-квадрат=3,242; df=1; p=0,072), али има за негативне (хи-квадрат=10,754; df=1; p=0,001). Ученици обеју група су често давали исказе (Табела 13), посебно ученици експерименталне групе. Овим се изражава позитиван став о учењу путем тежих занимљивих задатака и мотивисаности ученика да уче из таквих задатака у реалистичном приступу. Запазимо да су ученици који уче у традиционалном приступу чешће давали негативне исказе за ову категорију (Табела 14).

Табела 14. Негајивни ученички искази о раду на тежем занимљивим задацима.

	Број ученика који не даје исказ	Број ученика који даје исказ	Укупан број ученика
Број ученика експерименталне групе	61	12	73
Број ученика контролне групе	45	31	76
Укупан број ученика	106	43	149

Ученици који уче геометрију по традиционалном приступу ипак нерадо раде занимљиве теже задатке, што свакако може да има методичке импликације у настави геометрије.

За категорију *мотивисаности за разговор о задацима на часу* подаци о броју позитивних исказа ученика дати су у Табели 15.

Табела 15. Позитивни ученички искази о мотивисаности за разговор о задацима на часу.

	Број ученика који не даје исказ	Број ученика који даје исказ	Укупан број ученика
Број ученика експерименталне групе	18	55	73
Број ученика контролне групе	17	59	76
Укупан број ученика	35	114	149

Хи-квадрат није показао да постоји статистички значајна разлика за наведену категорију позитивних исказа ученика (хи-квадрат=0,109; df=1; p=0,742), као ни за негативне исказе (хи-квадрат=0,331; df=1; p=0,565). Ученици обеју група су веома често давали позитивне исказе за ову категорију (Табела 15). Можемо да кажемо да су ученици обеју група подједнако мотивисани да на часу геометрије разговарају о задацима. За исту категорију негативних исказа дати су подаци у Табели 16.

Табела 16. Негативни ученички искази о мотивисаности за разговор о задацима на часу.

	Број ученика који не даје исказ	Број ученика који даје исказ	Укупан број ученика
Број ученика експерименталне групе	63	10	73
Број ученика контролне групе	63	13	76
Укупан број ученика	126	23	149

Па ипак, ученици који уче у традиционалном приступу чешће дају негативне исказе о мотивисаности за разговор о задацима на часовима геометрије.

Подаци о броју позитивних исказа ученика за категорију *учење на часовима при улози дидактичких средстава* дати су у Табели 17.

Табела 17. Позитивни ученички искази о учењу на часовима при улози дидактичких средстава.

	Број ученика који не даје исказ	Број ученика који даје исказ	Укупан број ученика
Број ученика експерименталне групе	13	60	73
Број ученика контролне групе	16	60	76
Укупан број ученика	29	120	149

Хи-квадрат није показао да постоји статистички значајна разлика за наведену категорију позитивних исказа (хи-квадрат=0,250; df=1; p=0,617), као ни за негативне исказе (Јејтсовом корекцијом компензована вредност хи-квадрат=0,747; df=1; p=0,387). На основу овога може

се рећи да ученици, без обзира на то по ком приступу уче, имају релативно исти став према употреби дидактичких средстава, док учење у геометрији траје. Ученици обеју група су за ову категорију веома често давали позитивне исказе (Табела 17), чиме изражавају став о значају коришћења потпоре за учење у настави геометрије у виду модела / дидактичких средстава. За исту категорију негативних исказа дати су подаци у Табели 18.

Табела 18. Негативни ученички искази о учењу на часовима при уједначеној дидактичких средстава.

	Број ученика који не даје исказ	Број ученика који даје исказ	Укупан број ученика
Број ученика експерименталне групе	13	60	73
Број ученика контролне групе	16	60	76
Укупан број ученика	29	120	149

Негативни искази веома ретко су изражавани, ипак, нешто више у контролној групи (Табела 18).

За категорију *задачи примене знања* за позитивне исказе ученика дајемо податке у Табели 19.

Табела 19. Позитивни ученички искази о задацима примене знања.

	Број ученика који не даје исказ	Број ученика који даје исказ	Укупан број ученика
Број ученика експерименталне групе	13	60	73
Број ученика контролне групе	16	60	76
Укупан број ученика	29	120	149

Хи-квадрат није показао да постоји статистички значајна разлика у расподели фреквенци двеју група за наведену категорију позитивних исказа ученика (хи-квадрат=0,116; df=1; p=0,733), као ни за негативне исказе (хи-квадрат=1,481; df=1; p=0,224). Ова категорија се на сличан начин процењују у обема групама. Ученици су за ову категорију веома често давали позитивне исказе (Табела 19), чиме изражавају став о значају примене знања у настави геометрије. За исту категорију негативних исказа дати су подаци у Табели 20.

Табела 20. Негативни ученички искази о задацима примене знања.

	Број ученика који не даје исказ	Број ученика који даје исказ	Укупан број ученика
Број ученика експерименталне групе	13	60	73
Број ученика контролне групе	16	60	76
Укупан број ученика	29	120	149

Негативни искази, иако ређи, ипак се чешће јављају у контролној групи. Из овога се да закључити да су ученици који геометријске задатке савладавају према традиционалном приступу мање спремни да раде задатке практичне за живот.

За категорију *заинтересованости ученика за учење из уџбеника* податке о броју позитивних исказа ученика дајемо у Табели 21.

Табела 21. Позитивни ученички искази о заинтересованости за учење из уџбеника.

	Број ученика који не даје исказ	Број ученика који даје исказ	Укупан број ученика
Број ученика експерименталне групе	13	60	73
Број ученика контролне групе	16	60	76
Укупан број ученика	29	120	149

Хи-квадрат је показао да постоји статистички значајна разлика за наведену категорију позитивних исказа (хи-квадрат=5,925; $df=1$; $p=0,015$) (на нивоу 0,05 али је на граници за ниво 0,01), као и за негативне исказе (Јејтсовом корекцијом компензована вредност хи-квадрат=37,548; $df=1$; $p=0,000$). У Табели 21 опажамо да су ученици у испитиваним групама различито процењивали уџбеник. Ученици експерименталне групе су чешће позитивно давали исказ о уџбенику, док су за контролну групу чешће давали негативан исказ (Табела 22).

Табела 22. Негативни ученички искази о заинтересованости за учење из уџбеника.

	Број ученика који не даје исказ	Број ученика који даје исказ	Укупан број ученика
Број ученика експерименталне групе	13	60	73
Број ученика контролне групе	16	60	76
Укупан број ученика	29	120	149

Велика је разлика у одговорима ученика двеју група за негативне исказе о уџбенику. Ино-

вативни модел уџбеника који подржава реалистични приступ настави ученици радо прихватају за учење у геометрији, док ученици који уче на традиционалан начин и уз уџбеник традиционалног концепта са меморисањем знања и математичких процедура то нерадо раде. Запазили смо да је један број ученика који је учио геометрију у традиционалном приступу и по традиционалном уџбенику давао и позитивне и негативне исказе. Ово такође говори у прилог томе да ученици ове групе још увек немају формиран став по питању уџбеника као основне књиге за учење, за разлику од ученика који су учили у реалистичном приступу и иновативном моделу уџбеника.

Дискусија о налазима са закључцима

Наше истраживање показује да су ученици веома често износили позитиван став о начину на који уче као значајној димензији учења у реалистичном приступу. Ученици су јасно учествовали да учење подразумева разумевање. Такође, ти ученици показују и већу спремност за учешће у геометријским активностима, што потврђује истраживање Гарсије и сарадника (García et al., 2016).

Резултати показују да у наставном приступу реално окружење у геометрији ученици, осим тога што показују боља постигнућа, доживљавају окружење пријатним за учење. Овакви резултати су потврђени и у истраживању Гарсије и сарадника (García et al., 2016) и Ламбића и Липковског (Lambić & Lipkovski, 2012), док истраживање Хантера и сарадника (Hunter et al., 2016) потврђује да ученици имају и потребу да се самостално ангажују у учењу. Ученици су препознали веће ангажовање у процесу учења. Ученици који су осећали пријатност док уче показали су тенденцију да се више труде и да раде на тежим математичким задацима, више су мотивисани на учење.

Истраживање Тауерса и сарадника (Towers et al., 2018) сугерише значај испитивања контекстуалних утицаја на емоционалне ставове ученика у математици још од почетне наставе, јер неки ученици већ тада изграђују негативне ставове. Афективно-мотивациона варијабла показала се и као важан предиктор постигнућа ученика у математици, према истраживању Оп'т Еиндеа и сарадника (Op't Eynde et al., 2006). Отуда само школско постигнуће у наставном приступу реално окружење, с једне стране, и ставови ученика о окружењу у геометрији, с друге стране, можемо рећи да иду у прилог иновативном приступу реално окружење. Овакви резултати могу да буду драгоцени за иницијативе у образовној политици у Србији које се односе на школску климу и њено унапређивање како би се допринело квалитетнијој настави и учењу (Baucal i sar., 2009; Ševkušić, 2017; Tarr et al., 2008).

Не постоје разлике у одговорима ученика двеју група о задацима за учење, као ни за мотивисаност за разговор о задацима за учење. Кај наводи резултате више истраживања (Carpenter et al., 1998; Hiebert & Wearne, 1993; Wood & Sellers, 1997; према: Cai, 2003: 13) који потврђују да ученици тек након двогодишњег иновативног програма проблемски оријентисаног математичког курикулума показују већа постигнућа, док у нашем истраживању имамо ефекат експерименталног програма већ након двонедељног трајања. Прегледи истраживања Херковицeve и сарадника (Hershkowitz, 1998), те Хантера и сарадника (Hunter et al., 2016) показују да је поред временског трајања ангажовања ученика у развоју учионичке културе избор математичких задатака веома важан аспект иновативних наставних приступа који обликују контекст наставе и изграђују учионичку културу. Шенфелд (Schoenfeld, 1989) наводи да је у овом смислу важна структура дискусије коју учитељ изводи у математичкој учионици. Овом бисмо додали и адаптацију РМО теорије, коју нам преносе Коб и сарадници (Kobb et al., 2008), разматрајући број-

на истраживања која улогу учитеља виде као посредника у односу значења неконвенционалних симбола, која користе ученици у поступку математизације при мењању елемената реалног контекста у математичке објекте и релације, према културном значењу конвенционалних симбола (Davydov & Radzikhovskii, 1985; Tharp & Gallimore, 1988; према: Cobb et al., 2008: 110). За разлику од социокултурног уобличавања образовног дизајна као преношења значења математичких симбола из једне генерације у другу, истраживачи РМО теорије предлажу образовни дизајн у којем се подржава појављивање математичког значења у учионици. Јасно је да је један од важнијих принципа РМО теорије симболизација која није ограничена на конвенционалне математичке симболе, али је посредничка улога учитеља у овом смислу велика.

Наше истраживање показује да ученици који су геометријске задатке савладавали према традиционалном приступу и уџбенику нерадо раде сложеније задатке, а и више негативно вреднују уџбеник из којег уче, за разлику од ученика који уче у реалистичном приступу. Иновативни уџбеник математике као модел који прати изабрани наставни приступ ученици су препознали као веома подстицајан за учење, јер својим концептом мотивише ученике и буди њихово интересовање за учењем путем поновног открића у математици. Претходна истраживања показују исто (Arsaythamby & Zubainur, 2014; Laurens et al., 2018).

Ограничења истраживања и будуће смернице. Резултати које смо добили у микс-методском приступу слажу се - у наставном приступу реално окружење у геометрији ученици, осим тога што показују боља постигнућа, изражавају и позитивне ставове о учењу. Али, нисмо трагали за поткрепљивањем података, већ је наша намера била да проширимо разумевање онога што се стварно дешавало у учионици, док је учење у геометрији у наставном приступу реал-

но окружење трајало. Можда се нашем упитнику може замерити валидност. Међутим, ученици су били добро упознати са начином рада, па је то имплицирало отворена питања, велика је и структурираност мишљења ученика четвртог разреда основне школе, а као истраживачи добро познајемо карактеристике ученика овог узраста. На овај начин намера нам је била да дођемо до нових перспектива у истраживању реалистичног наставног приступа којих раније нисмо били свесни.

Један од недостатака истраживања могао би да буде и недовољан степен контроле у раду двеју група ученика. Наиме, могуће је да је један од фактора који је допринео неким резултатима управо учитељ. На пример, неки учитељ може боље да води час или да постиже бољу учioniчку климу, те из приступа оваквог учитеља може да проистекне више позитивних исказа ученика у одељењу. Дакле, можемо оправдано поставити питање да ли на основу оваквог нацрта можемо да закључимо да ли разлике које су се јавиле у одговорима ученика потичу од саме експерименталне процедуре. Учители који су се припремали за рад у реалистичном приступу добили су потпору у виду иновативног уџбеника и разрађеног дидактичког материјала који је имао функцију вођених сценарија у секвенционисању садржаја, у оквиру којег је јасно предочено да реалистична геометрија не указује на рад помоћу папира и оловке, као што није ни учитељ онај који објашњава, а ни ученици они који имитирају ту учитељеву активност. Инструкције у реалистичној геометрији су позивале на рад у групи, на истраживање, експериментисање, дискутовање (De Moor, 1999). Овоме бисмо додали и учење вредности математичких знања, развијање свести о способностима за решавање математичких проблема, учење да се математички комуницира и учење да се математички резонује, што представља основне циљеве реалистичног приступа. Стога ћемо разлике које су се

јавиле приписати експерименталној процедури на датом узорку.

Информативност пет издвојених категорија о раду на домаћем задатку, о тежим занимљивим задацима, о мотивисаности ученика за разговор о задацима на часу, о учењу на часу при употреби дидактичких средстава, о задацима примене знања и о заинтересованости ученика за учење из уџбеника поклапају се са постављеним питањима из анкетног упитника. Може се сматрати да због тога потенцијал квалитативне анализе, уз индуктивно кодирање, није у потпуности искоришћен. Па ипак, проверавали смо статистичку значајност разлика у исказима двеју група ученика за наведене категорије и тако добили једну ширу слику догађања у учioniци док је учење у геометрији трајало.

Сматрамо да је наш експериментални програм можда исувише кратко трајао да би се формирали сви позитивни, конструктивни ставови ученика. За формирање математичких појмова и развијање способности ученика тражи се да „ученици буду ангажовани у структурисаним математичким активностима током дужег времена“ (Romborg, 2003: 30). Да би дошао до математичке идеје, ученик треба да има прилику за истраживањем проблемске ситуације која подстиче математизацију. Ослањамо се на предлоге Мидлтона и сарадника (Middleton et al., 2016; према: Goldin et al., 2016: 17), који социоокружење виде као кључни мотивациони чинилац у настави математике, а на мотивацију ученика оно утиче: а) поступно, етапно и б) благовремено. Ослањамо се и на предлоге Фаута и сарадника (Fauth et al., 2014), који су у својим истраживањима користили ставове ученика за боље разумевање утицаја контекстуалних фактора у учioniци док учење траје и који предлажу даља истраживања која би потврдила или одбацила њихове истраживачке налазе у студији која би временски дуже трајала и која би била изведена на већем узорку. Мидлтон и сарадници (Middleton

et al., 2016; према: Goldin et al., 2016: 19) предлажу модел самоефикасности који би могао да послужи томе да се управља понашањем ученика, и то тако што би се укључивањем у сам процес учења код ученика развијали позитивни ставови о математици. Када су ученици стално мотивисани за рад, извесније је и да ће дугорочно развијати склоност ка математици. Шире сагледавајући, примећује се да когнитивна психологија свој ослонац налази у социокултурној теорији (Jablonka et al., 2013; према: Walshaw, 2018: 163), где се математичко знање посматра не само у строго научним оквирима него и у друштве-

но-културним оквирима. Како би шире сагледали афективну димензију учења, Бечелор, Торбејнс и Вершафел предлажу њену реконцептуализацију, у смислу откривања утицаја на процес учења у математици (Batchelor, Torbeyns & Verschaffel, 2019). Овим отварамо питања за даља истраживања у нетрадиционалним наставним приступима како бисмо испитали њихове ефекте на формирање учioniчке културе и ученичке ставове који постепено прелазе у дугорочно формирана уверења ученика и њихово вредновање математике (Goldin et al., 2016; Hannula, 2006; Leder, 2015; Törner, 2014).

Литература

- Antonijević, R. M., Bojović, I. M. (2017). Pristupi procenjivanju nivoa i kvaliteta motivacije za učenje. *Nastava i vaspitanje*. 61 (1), 23–36. DOI: 10.5937/nasvas1701022A.
- Arsaythamby, V. & Zubainur, C. M. (2014). How A Realistic Mathematics Educational Approach Affect Students' Activities In Primary Schools? *Procedia – Social and Behavioral Science*. 159, 309–313. DOI: 10.1016/j.sbspro.2014.12.378.
- Batchelor, S., Torbeyns, J. & Verschaffel, L. (2019). Affect and mathematics in young children: an introduction. *Educational Studies in Mathematics*. 100 (3), 201–209. DOI: 10.1007/s10649-018-9864-x.
- Baucal, A., Pavlović-Babić, D., Đurić, V., Tošković, O., Radišić, J., Stanković, D. i Buđevac, N. (2009). *Školska motivacija učenika u Srbiji* (neobjavljeni istraživački izveštaj). Beograd, Srbija: ZVKOV.
- Bryman, A. (2012). *Social Research Methods* (4th edition). Oxford, UK: Oxford University Press.
- Cai, J. (2003). What research tells us about teaching mathematics through problem solving. In: Lester, F. (Ed.). *Research and issues in teaching mathematics through problem solving* (241–254). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Cobb, P., Zhao, Q. & Visnovska, J. (2008). Learning from and Adapting the Theory of Realistic Mathematics education. *Éducation et didactique*. 2 (1), 105–124. DOI: 10.4000/educationdidactique.276.
- Cooper, H., Lindsay, J. J., Nye, B. & Greathouse, S. (1998). Relationships Among Attitudes About Homework, Amount of Homework Assigned and Completed, and Student Achievement. *Journal of Educational Psychology*. 90 (1), 70–83. DOI: 10.1037/0022-0663.90.1.70.
- Creswell, J. W. (2014). *Research design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches* (4th edition). SAGE Publications, Inc.
- De Corte, E., Verschaffel, L. & Depaepe, F. (2008). Unraveling the Relationship Between Students' Mathematics-Related Beliefs and the Classroom Culture. *European Psychologist*. 13 (1), 24–36. DOI: 10.1027/1016-9040.13.1.24.
- De Corte, E., Op't Eynde, P., Depaepe, F. & Verschaffel, L. (2010). The reflexive relation between students' mathematics-related beliefs and the mathematics classroom culture. In: Bendixen, L. D. & Feucht, F. C.

(Eds.). *Personal Epistemology in the Classroom. Theory, Research, and Implications for Practice* (292–327). Cambridge, UK: University Press.

- De Moor, E. W. A. (1999). *From 'Vormleer' to Realistic Geometry*. Utrecht, Netherlands: Utrecht: CD-β Press / Freudenthal Institute, Utrecht University.
- Đokić, O. (2014). Realno okruženje u početnoj nastavi geometrije. *Inovacije u nastavi*. 27 (2), 7–21. DOI: 10.5937/inovacije1402007D.
- Đokić, O. (2015a). Rezultati analize udžbenika matematike i zadaci primene znanja u geometriji. U: Radišić, J., Buđevac, N. i Stanković, D. (ur.). *Doprinos istraživačkih nalaza unapređenju obrazovne prakse* (rad štampan u celini) (42–47). 8. april 2015, Beograd. Beograd, Srbija: Zavod za unapređivanje obrazovanja i vaspitanja.
- Đokić, O. (2015b). The Effects of RME and Innovative Textbook Model on 4th Grade Pupils' Reasoning in Geometry. In: Novotná, J. & Moraová, H. (Eds.). *Developing mathematical language and reasoning – International Symposium Elementary Mathematics Teaching SEMT–2015* (Full Papers) (107–117). August 16th–21st 2015, Prague. Prague, Czech Republic: Charles University.
- Fauth, B., Decristan, J., Rieser, S., Klieme, E. & Büttner, G. (2014). Student ratings of teaching quality in primary school: Dimensions and prediction of student outcomes. *Learning and Instruction*. 29, 1–9. DOI: 10.1016/j.learninstruc.2013.07.001.
- Fauzan, A., Slettenhaar, D. & Plomp, T. (2002). Traditional mathematics education Vs realistic mathematics education: Hoping for changes. In: Valero, P. & Skovsmose, O. (Eds.). *3rd International Mathematics Education and Society Conference* (Full Papers) (1–4). April 2nd 2002, Enschede. Copenhagen, Denmark: Centre for Research in Learning Mathematics.
- Frenzel, A. C., Pekrun, R. & Goetz, T. (2007). Perceived learning environment and students' emotional experiences: A multilevel analysis of mathematics classrooms. *Learning and Instruction*. 17 (5), 478–493. DOI: 10.1016/j.learninstruc.2007.09.001.
- García, T., Rodríguez, C., Betts, L., Areces, D. & González-Castro, P. (2016). How affective-motivational variables and approaches to learning predict mathematics achievement in upper elementary levels. *Learning and Individual Differences*. 49, 25–31. DOI: 10.1016/j.lindif.2016.05.021.
- Goldin, G. A. et al. (2016). *Attitudes, Beliefs, Motivation and Identity in Mathematics Education – an Overview of the Field and Future Directions ICME–13 Topical Surveys*. Springer Open. DOI: 10.1007/978-3-319-32811-9_1.
- Hannula, M. S. (2006). Motivation in Mathematics: Goals Reflected in Emotions. *Educational Studies in Mathematics*. 63 (2), 165–178. DOI: 10.1007/s10649-005-9019-8.
- Hershkowitz, R. (1998). Reasoning in Geometry. In: Mammana, C. & Villani, V. (Eds.). *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century* (29–83). Springer: Kluwer Academic Publishers. DOI: 10.1007/978-94-011-5226-6.
- Hunter, R., Hunter, J., Jorgensen, R. & Choy, B. H. (2016). Innovative and Powerful Pedagogical Practices in Mathematics Education. In: Makar, K., Dole, S., Visnovska, J., Goos, M., Bennison, A. & Fry, K. (Eds.). *Research in Mathematics Education in Australasia 2012–2015. Comprehensive overview of mathematics education research in Australasia between 2012–2015* (213–234). Singapore: Springer. DOI: 10.1007/978-981-10-1419-2_11.

- Järvelä, S. (2001). Shifting research on motivation and cognition to an integrated approach on learning and motivation in context. In: Volet, S. & Järvelä, S. (Eds.). *Motivation in learning contexts: Theoretical advances and methodological implications* (3–14). London, UK: Pergamon/Elsevier.
- Lalić Vučetić, N. Z., Mirkov, S. I. (2017). Motivacija za učenje, opažanje postupaka učitelja i doživljaj samoeфикаsnosti učenika u matematici i prirodnim naukama. *Inovacije u nastavi*. 30 (2), 29–48. DOI: 10.5937/inovacije1702029L.
- Lambić, D. & Lipkovski, A. (2012). Measuring the Influence of Students' Attitudes on the Process of Acquiring Knowledge in Mathematics. *Croatian Journal of Education*. 14 (1), 187–205.
- Laurens, T., Batlolona, F. A., Batlolona, J. R. & Leasa, M. (2018). How Does Realistic Mathematics Education (RME) Improve Students' Mathematics Cognitive Achievement? *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*. 14 (2), 569–578. DOI: 10.12973/ejmste/76959.
- Leder, G. C. (2015). From Hidden Dimensions to Dynamic Systems in Affect Research. In: Pepin, B. & Roesken-Winter, B. (Eds.). *From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education – Exploring a mosaic of relationships and interactions* (V–X). Springer International Publishing. DOI: 10.1007/978-3-319-06808-4.
- Matović, N. (2015). Kombinovano istraživanje u pedagogiji: karakteristike, prednosti i teškoće u primeni. *Zbornik Instituta za pedagoška istraživanja*. 47 (1), 7–22. DOI: 10.2298/ZIPI1501007M.
- Mayring, P. (2015). Qualitative Content Analysis: Theoretical Background and Procedures. In: Bikner-Ahsbals, A., Knipping, C. & Presmeg, N. (Eds.). *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education – Examples of Methodology and Methods* (365–380). Heidelberg, Germany: Springer. DOI: 10.1007/978-94-017-9181-6_13.
- McCombs, B. L. (2014). Using a 360 degree assessment model to support learning to learn. In: Deakin-Crick, R., Small, T. & Stringher, C. (Eds.). *Learning to learn for all: theory, practice and international research: A multidisciplinary and lifelong perspective* (241–270). London, UK: Routledge.
- Op't Eynde, P., De Corte, E. & Verschaffel, L. (2002). Framing Students' Mathematics-Related Beliefs. In: Leder, G. C., Pehkonen, E. & Törner G. (Eds.). *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (13–37). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers. DOI: 10.1007/0-306-47958-3_2.
- Op't Eynde, P., De Corte, E. & Verschaffel, L. (2006). „Accepting Emotional Complexity“: A Socio-Constructivist Perspective on the Role of Emotions in the Mathematics Classroom. *Educational Studies in Mathematics*. 63 (2), 193–207. DOI: 10.1007/s10649-006-9034-4.
- Romberg, T. A. (2003). *Creating a Research Community in Mathematics Education – WCER Working Paper No. 2003–10*. University of Wisconsin–Madison, USA: Wisconsin Center for Education Research.
- Schoenfeld, A. H. (1989). Problem Solving in Context(s). In: Charles, R. I. & Silver, E. A. (Eds.). *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving – Research Agenda for Mathematics Education, Vol. 3* (82–92.). Lawrence Erlbaum Associates and National Council of Teachers of Mathematics.
- Ševkušić, S. G. (2011). *Kvalitativna istraživanja u pedagogiji: doprinos različitih metodoloških pristupa*. Beograd, Srbija: Institut za pedagoška istraživanja.
- Ševkušić, S. G. (2017). Školska klima kao kulturni resurs: mogućnosti njenog merenja i unapređivanja. U: Marinković, S. (ur.). *Kulturno-potporna sredstva u funkciji nastave i učenja* (rad štampan u celini) (15–30). 3. novembar 2017, Užice. Užice, Srbija: Pedagoški fakultet.

- Tarr, J. E., Reys, R. E., Reys, B. J., Chávez, Ó., Shih, J. & Osterlind, S. J. (2008). The Impact of Middle-Grades Mathematics Curricula and the Classroom Learning Environment on Student Achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*. 39 (3), 247–280. DOI: 10.2307/30034970.
- Towers, J., Takeuchi, M. A. & Martin, L. C. (2018). Examining contextual influences on students' emotional relationships with mathematics in the early years. *Research in Mathematics Education*. 20 (2), 146–165. DOI: 10.1080/14794802.2018.1477058.
- Törner, G. (2014). The Affective Domain. In: Andrews, P. & Rowland, T. (Eds.). *MasterClass in Mathematics Education – International Perspectives on Teaching and Learning* (63–74). London, UK: Bloomsbury Academic.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2000). *Mathematics education in the Netherlands: A guided tour*. Freudenthal Institute Cd-rom for ICME9. Utrecht: Utrecht University.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2010). Reform Under Attack – Forty Years of Working on Better Mathematics Education Thrown on the Scrapheap? No Way! In: Sparrow, L., Kissane, B. & Hurst, C. (Eds.). *Shaping the future of mathematics education: Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (Full paper) (1–25). July 3rd–7th, 2010, Freemantle. Fremantle, Australia: MERGA.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Drijvers, P. (2014). Realistic Mathematics Education. In: Lerman, S. (ed.). *Encyclopedia of Mathematics Education* (521–525). Dordrecht, Netherlands: Springer Reference. DOI: 10.1007/978-94-007-4978-8.
- Visnovska, J. & Cortina, J. L. (2018). Resourcing Teachers in Transition to Plan for Interactions with Students' Ideas. In: Fan, L., Trouche, L., Qi, C., Rezat, S. & Visnovska, J. (Eds.). *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources, ICME-13 Monographs* (277–295). DOI: 10.1007/978-3-319-73253-4_13.
- Walshaw, M. (2018). Epistemological Questions About School Mathematics. In: Ernest, P. (ed.). *The Philosophy of Mathematics Education Today, ICME-13 Monographs* (161–171). Springer International Publishing. DOI: 10.1007/978-3-319-77760-3_10.

ПРИЛОГ

Уџбеник за ученике

Одговараћеш на нека питања о часовима на којима си учио/ла из геометрије о *Квадру и коцки*. Одговори на свако питање онако како га разумеш.

1. Како си учио/ла на овим часовима? Опиши.
2. а) Како си радио/ла домаћи задатак?
б) А занимљиве теже задатке?
3. Како си разговарао/ла о задацима на часу?
4. Да ли су ти модели, слике и остало помагали у учењу или су их отежавали?
5. Како си решавао/ла задатке који су практични за живот?
6. Опиши какав је уџбеник који си користио/ла на овим часовима.

Summary

This paper presents the continuation of the research on the teaching approach of Realistic mathematics education (RME) as the second cycle in a successive model of a mixed-method approach. In the first cycle, in the quasi-experimental research with parallel groups, the pupils in the experimental group were taught by using the realistic environment approach, while the pupils in the control group were taught by using the traditional teaching approach. As the effects of the RME approach have been confirmed, this paper aims to determine whether the socio-constructivist environment within the framework of the RME theory, in which a teacher and a textbook play the key role in the construction of knowledge, can have an effect on pupils' attitudes towards learning in geometry classes. Using an open-ended questionnaire, we examined the views of one hundred forty-nine pupils of the fourth grade of primary school on learning at geometry classes. The responses were inductively classified into categories and codes, the meaning of which had been previously indicated, and then we processed the data by using the chi-square technique for comparing the frequency of occurrence of the categories in two groups. We also checked the statistical significance of the obtained differences. The results show that pupils find the realistic environment approach to learning very agreeable, they are more willing to learn, especially to learn with understanding, they have a strong need for active participation in classes, and that they readily accept the innovative model of the textbook from which they learn. We also raised some questions for further research of innovative teaching approaches over a longer period of time to examine the effects of the pupils' long-term evaluation of mathematics.

Keywords: *pupils' attitudes, dimensions of learning, geometry teaching, Realistic mathematics education (RME), realistic environment teaching approach.*