

## УЧЕЊЕ И ПОУЧАВАЊЕ МАТЕМАТИКЕ – ЈЕДНАКОСТ СА ВИШЕ (НЕ)ПОЗНАТИХ

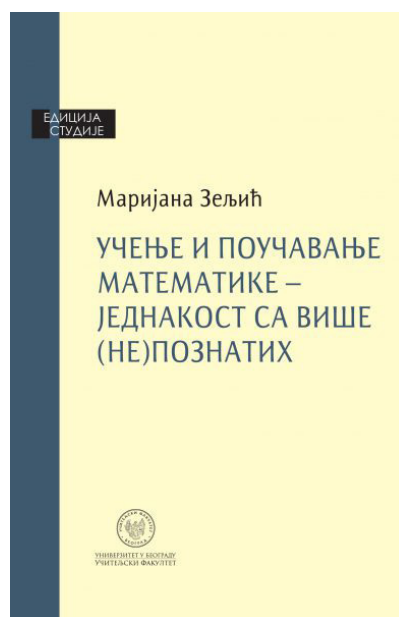
**Маријана Зељић (2021). Београд:  
Универзитет у Београду, Училишњи факултет, 258 стр.  
ISBN 978-86-7849-295-2**

Монографија има укупно 258 страна и структурирана је у 6 поглавља и више потпоглавља, чија је хијерархија тростепена: 1. „Природа математичког знања” (стр. 11–42), 2. „Алгоритамски и неалгоритамски (креативни) приступ у настави математике” (стр. 43–70), 3. „Значај и улога репрезентација у настави математике” (стр. 71–106), 4. „Комуникација у настави математике” (стр. 107–136), 5. „Стратегије решавања текстуалних задатака” (стр. 137–200) и 6. „Карактеристике ефикасне наставе математике” (стр. 201–220). Наведеним поглављима претходе „Уводна разматрања” (стр. 7–10), а на крају су дати „Закључна разматрања” (стр. 221–226), „Индекс појмова” (стр. 227–230) и „Литература”, коју чини 327 библиографских одредница.

У „Уводним разматрањима” ауторка указује на структуру, суштину и значај монографије, пружајући оквир унутар којег се промишља о наставној пракси и подучавању о учењу са разумевањем. Цела монографија садржи два суштинска и комплементарна елемента која прожимају свако поглавље – поглед на карактеристике наста-

ве математике и решења за побољшање таквог стања. Посебна вредност је што ауторка није остала само у теоријским оквирима разматрања решавања проблема који се тиче квалитетније наставе математике, већ кроз резултате својих истраживања показује и вредност поставки и претпоставки за њено унапређење.

Све целине монографије Маријана Зељић вешто је обликовала



и међусобно повезала. Ауторка монографију започиње разматрањем суштине и природе математичког знања које се конструише у почетној настави математике. Такође, указује на значај учења са разумевањем и конструисањем концептуалног знања кроз које се одражава хијерархијска повезаност појмова формираних на основи ученичких искустава, интуитивно блиских њиховом разумевању и одабраних ситуација за учење које дају повод за изграђивање/формирање математичких појмова. Теоријска полазишта разрађена су на конкретним одабраним садржајима програма наставе и учења, а у оквиру њих систематично су представљене стратегије методичког обликовања које воде концептуалном разумевању.

У другом поглављу указује се на алгоритамски приступ у настави као и могуће опасности уколико он стоји насупрот креативном, отвореном приступу у учењу математике. У оквиру ове целине посебна пажња посвећена је менталном рачунању и представљању стратегија које се могу користити у настави, а које треба да допринесу бољем

---

разумевању структуре броја и самог рачунања, наспрот механистичком алгоритму рачунања као једином, а чија вредност и добробит су представљени у раду.

У трећем поглављу монографије разматрају се улога и значај репрезентација у настави математике и указује на њихов значај и неопходност у процесу учења. На конкретним примерима аргументовано су образложене вредности које се остварују у процесу учења и приказани су модели учења алгебарских садржаја засновани на коришћењу различитих облика представљања алгебарских појмова (кроз текстуалне проблеме, схематски (иконички) и симболички) и систематично изложени резултати истраживања примене наведеног модела. Читава целина уобличена је емпиријским доказима који потврђују наведене ставове.

У поглављу „Комуникација у настави математике” скреће се пажња на веома важан елемент наставе математике – продуктивни разговор – који ауторка посматра као основно средство за учење математике. У том контексту наведене су и разрађене бројне стратегије које подстичу продуктивни разговор у настави математике и које су илустроване кроз конкретне примере. Посебна пажња у оквиру ове целине посвећена је карактеристикама и природи питања која се постављају у настави.

Следећа целина, „Стратегије решавања текстуалних задатака”, посвећена је најважнијем алату наставе математике – математичком задатку. Свеобухватно је урађена анализа стратегија решавања задатака различитих аутора,

представљене врсте и типови задатака и указано на вредности које се остварују задацима датим у реалном контексту и задацима који су нестандартни и чије решавање представља важан елемент математичке писмености. У разради стратегија за решавање описане су стратегије решавања текстуалних задатака заснованих на математичком моделовању које основу имају у различитим врстама визуелних репрезентација које доприносе концептуалном разумевању. На крају ауторка поставља питање да ли контекст задатка утиче на избор стратегија и модела при решавању задатака, као и да ли успешност у решавању задатака зависи од контекста у којем се он јавља. Посебну пажњу ауторка посвећује улози и значају наставника у овом процесу.

Све претходне целине заокружене су последњом целином монографије – „Карактеристике ефикасне наставе математике” – у којој на основи широког разматрања ауторка указује на бројне кључне карактеристике ефикасне наставе математике, и то кроз анализу елементарне и карактеристике наставног часа, компетенција и поступака наставника који воде ка ефикасној настави математике, промене улога наставника, значај рефлексije наставника о сопственој пракси и поглед на то како дискурс вредновања утиче на квалитет и ефикасност наставе математике.

Монографија Маријане Зељић самим насловом *Учење и њоучавање математике – једнакости са више (не)јознајних* наговештава вишеслојну структуру одабраног предмета научног истраживања, као и избор релевантних референци (а не само њихов број). Тако се

ауторка позива на научне часописе чији је рејтинг у академској заједници изузетно велики (*Journal for Research in Mathematics Education, Educational studies in mathematics, ZDM Mathematics Education, Learning and Instruction, Cognition and Instruction, Journal of Educational Psychology, Procedia Social and Behavioral Sciences, European Journal of Psychology of Education, The Journal of Experimental Education*), на међународне зборнике чији је утицај на истраживања у области математичког образовања веома значајан (*Conference Proceedings of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Conference Proceedings of the European Society for Research in Mathematics Education*), као и на монографије који овој монографији дају научно утемељење у истраживању математичког образовања (*Handbook of international research in mathematics education, Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future, Advanced Mathematical Thinking, Revisiting mathematics education, The Roles of Representation in School Mathematics, Task Design In Mathematics Education, Mental Computation and Estimation: Implications for Mathematics Education, Algebra in the early grades*).

Ауторка преиспитује вредности традиционалне наставе математике, дајући смернице савременим токовима у променама усмереним на исходе учења, критичкој анализи, процени и вредновању у настави математике, проблемском решавању математичких задатака, те развијању компетенција наставника математике. Посебан нагласак се ставља на истраживање ма-

---

тематичких задатака затвореног и отвореног типа, процедуралном и концептуалном знању ученика, поред знања чињеница и метакогнитивног знања, јер управо процедурално и концептуално знање показује позитивну корелацију, проучавајући у једнакој мери обе наведене врсте знања. Њихово проучавање ауторка је засновала на теорији учења дидактичара математике Ричарда Скемпа, која почива, како на насталом јазу између ове две врсте знања у настави математике, тако и на сагледавању њихових квалитета. Само на проучавању оваквих основа може се очекивати промена у квалитету знања ученика, те ефикасној настави математике.

Резултати ауторкиних истражи-вања следе идеје једног од највећих дидактичара математике Ханса Фројдентала и његову дидактичку феноменологију, предлажући да се математика у настави види као активност. Њени предлози су да ученици откривају математизације (вертикалну и хоризонталну) трансформишући контекст ситуација за учење у математички облик, а не да се баве самом математиком, да ученици апстрахују битне особине математичких објеката, а не да се баве апстракцијама, да ученици схематски представљају математичке појмове, а не да се баве алгоритмима као утврђеним корацима у решавању математичких задатака. Овај снажан математички приступ и елаборирана анализа математичких појмова у ауторкином истраживању леже у корену значења оних математичких структура које настају на искуствима из свакодневних ситуација и формираног језика.

Монографија представља истраживање и о репрезентацијама (конкретизацијама) математичких појмова у образовању и посвећена је проучавању репрезентација у одређеним концептуалним доменима, као што су број, разломак или рационалан број, алгебра, геометрија, мерење, представљање података. Циљ истраживања у том смислу био је проучавање како ученици генеришу репрезентације математичких појмова, како комуницирају путем њих, како трансформишу репрезентације једне у друге или како ученици тумаче једну репрезентацију користећи другу. Овим истраживањима ауторка подстиче карактеризацију ученичких разумевања вишеструких репрезентација, закључујући како ученици могу да размишљају о репрезентацијама које креирају и њима манипулишу, идентификујући присутност, али и препреке повезане са одређеним врстама репрезентација, као и развијању нових.

Ауторкина истраживања заснована су на идејама о учењу математике као трансмисији која иде од наставника ка ученику. Ученици конструишу математичка знања кроз синтезу информација које добијају, интегришући их тако да се крећу од стања упитности о одређеним математичким феноменима, кроз развој математичке комуникације, критичко промишљање и решавање математичких проблема. Комуникацију у својим истраживањима ауторка сматра битним делом математичког образовања проналазећи упориште својих идеја у раду великог америчког дидактичара математике Церемија Килпатрика и његових сарадника.

Комуникација на овим основама укључује адаптивно резоновање, па чак и аргументовање. При адаптивном резоновању ученици развијају способност за логично мишљење, објашњавање математичких појмова или поступака. Адаптивно резоновање се односи и на употребу различитих репрезентација математичких појмова. Способност употребе погодне репрезентације може да обезбеди концептуално разумевање и решавање математичких проблема. При развоју аргументованог мишљења ученици елаборирају своје мисли и дебатују довољно чврстим аргументима. Када покушавају да износе своје аргументе, ученици креирају математичке идеје, а да би ово постигли, усмерени су на формирање нових појмова и поступака.

Да би се развила способност за математичку комуникацију, ауторка Маријана Зељић се залаже за обезбеђивање усмене комуникације у учионици док учење траје. Ауторкина истраживања су препознала неколико приступа у математичкој комуникацији – од самообјашњења као општепознате стратегије учења, која наглашава везу између претходних знања ученика и нових појмова који се формирају, до интерактивне стратегије објашњења, која се примењује у природним и социјалним срединама за учење. Реч је о вршњачком утицају који ученицима омогућава да објашњавају сопствене идеје док уче како би смањили и отклонили заблуде. Ауторка препознаје вредности овог типа учења, јер препознајући заблуде и грешке које настају док учење траје и отклањајући их, ученици подучавају и друге ученике. Ово се посебно

---

јасно уочава при решавању текстуалних задатака и у стратегијама које се изграђују при њиховом решавању.

Монографија Маријане Зељић прави је пример оригиналног приступа проблематици образовања, и то математичког образовања у нижим разредима основне школе. Она оправдава то што се нашла на листи *Едиције Студије*

Учитељског факултета у Београду, јер се огледа широким теоријским приступима разматрања, аргументима, научно заснованим анализама, али отвара и питања која су основа практичног деловања у настави. Посебну добробит ове монографије видимо у остваривању не само код оних који се теоријски и емпиријски баве овим проблемима већ и код студената, будућих учитеља и наставника, као вид

подршке и помоћи у планирању, организовању, реализацији и вредновању наставног рада у математици.

*Оливера Ј. Ђокић*<sup>1</sup>  
Универзитет у Београду,  
Учитељски факултет

*Сања М. Маричић*  
Универзитет у Крагујевцу,  
Педагошки факултет у Ужицу

<sup>1</sup> olivera.djokic@uf.bg.ac.rs