

Рад примљен: 17. 10. 2013.

Рад прихваћен: 13. 11. 2013.

Оригинални  
научни раддр Маријана Зељић<sup>1</sup>  
Учитељски факултет, Београд

## Методички приручи неједначинама у уџбеницима за шрећи разред основне школе

**Резиме:** Развој појма променљиве је један од најважнијих задатака наставе алгебре. У том смислу, неједначине схватамо као нарочито значајну тему ране алгебре. У истраживањима посвећеним проблему неједначина, у којима се размајрају различити приручи овој теми, истичу се следећи проблеми: заоставање развијања значења појма неједначине; представљање појма и појма и искључиво симболичким језиком, проблем повезаности садржаја који се односе на једначине и неједначине.

Предмет истраживања које смо реализовали јесу начин структурисања садржаја и методички приручи наставној теми Неједначине у уџбеницима за шрећи разред основне школе. Циљ овог рада је усмерен на истраживање начина на који програмом прописане садржаје аутори уџбеника даље развијају, тј. утврђивање мере у којој званични наставни програм јуржа јединствено и прекознајливо решење модела појмовне структуре математичких садржаја у оквиру теме Неједначине, као и теоријска утемељеност методичких појма које се примењују у уџбеницима.

Резултати истраживања показују да се анализирани уџбеници разликују у погледу начина структурисања и логике повезаности садржаја, као и у степену разрађености садржаја, иакође, у уџбеницима се примењују и различити методички појма за обраду наставне теме Неједначине. Овај налаз делом се може објаснити чињеницом да у наставном програму образовни задаци нису у довољном степену конкретизовани и да нису прецизирани њихова методичка функција и развојни ток.

**Кључне речи:** алгебра, неједначине, променљива, структурисање садржаја, методички појма.

### Увод

Школски уџбеник је једно од средстава за остваривање образовних и васпитних циљева школе. Критеријуми квалитета уџбеника разма-

трани су и формулисани кроз одређене стандарде у прилично богатој литератури која је у нашој земљи публикована (Требјешанин и Лазаревић, 2001; Пешикан, 2003, Ивић и др., 2008, итд.). Док је већина публикованих радова у наведеној литератури усмерена ка разматрању и уоб-

<sup>1</sup> marijana.zeljic@uf.bg.ac.rs

личавању свеобухватних општих критеријума и стандарда које треба да задовољи основношколски уџбеник, у овом раду смо се ограничили на праћење примене критеријума који се односе на логичку структуру садржаја и методички приступ садржајима у оквиру једне наставне теме – *Неједначине*. Адекватна структура садржаја представља једну од најважнијих одлика уџбеника (Требјешанин и Лазаревић, 2001, Пешикан, 2003). Структура садржаја подразумева хијерархијски организоване појмове, а не линеарно низање тема. Структурисан наставни садржај, уз адекватне методичке поступке наставника пут је ка формирању стабилне и прецизне когнитивне структуре ученика (Благданић, 2008). Што се тиче питања избора математичких садржаја, оно се не може посматрати само на нивоу који појмови (и садржаји) треба да буду у уџбенику, већ и како они треба да буду повезани. Појмовну структуру Скемп (Skemp, 1987) назива схемом. Функција „схеме“ је да интегрише знање у систем и да служи као средство за даље учење тако што обезбеђује разумевање. Значај схематског учења наглашава и А. Сфард, која разликује два типа когнитивних шема (Sfard, 1991: 26):

1. Неструктурисано сенквенциране когнитивне схеме, које нису адекватне за изградњу смисленог разумевања. Оне су хоризонталне и пуне неповезаних информација.
2. Структурисане когнитивне схеме, које су вертикално конструисане, тј. које представљају хијерархијски повезана знања.

За постизање образовних циљева из математике најефикаснија метода је самостално трагање за везама и врстама веза међу појмовима који нису изложени у готовом облику.

## Методички приступи неједначинама

Истраживања која се односе на проблематику неједначина спроведена су, углавном, са ученицима старијих разреда средње школе, често уз фокусирање на тешкоће и погрешно разумевање, док се мало зна о разумевању неједначина ученика основне школе. Реагујући на рад групе која се бавила питањем алгебарских једначина и неједначина на 28. конференцији Међународне групе за психологију математичког образовања (*28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*), Тол (Tall, 2004) извештава да је проблем формулисан тако да се фокусира на алгебарску манипулацију при решавању једначина и неједначина. Док се у неколико радова наводе примери у којима се користе различите методе за решавање истог проблема, нико не покушава да каже да ли је једно решење потенцијално боље или горе за дугорочни развој.

Боеро и Базини наводе да се у већини земаља неједначине предају у средњој школи као споредна тема (у односу на једначине), те да њима ученици приступају на чисто алгоритамски начин. Овај приступ подразумева тривијализацију теме, што резултира „низом рутинских процедура, које ученици не могу лако да разумеју, протумаче и контролишу“ (Boero and Bazzini, 2004: 139). Последица овог приступа је да ученици не умеју да решавају неједначине које се не уклапају у научене обрасце. Базини и Цамир (Bazzini and Tsamir, 2002) у свом раду покушавају да открију потешкоће које ученици имају у раду са неједначинама. Аутори анализирају успех италијанских и израелских ученика средње школе у решавању алгебарских неједначина. На основу решења задатака и објашњења ученика током усменог разговора, аутори су дошли до закључка да ученици интуитивно схватају неједначине као:

1. „сличне“ једначинама;
2. „исте“ као једначине;
3. „известан тип“ једначина или као нешто аналогно једначинама.

Урсини и Тригверос (Ursini and Trigueros, 2009) у својим истраживањима идентификовали

су четири проблема које ученици имају у раду са елементарним неједначинама:

1. погрешно разумевање и неразумевље везе између једначина и неједначина;
2. схватање ученика да неједначина има само једно решење;
3. тенденција ученика да манипулишу алгебарским изразима без стварања значења тих манипулација;
4. конфузија и неразумевље поступака решавања сложенијих неједначина.

К. Кијеран (Kieran, 2004: 147) сматра да „особине које леже у основи валидних трансформација за решавање једначина нису исте као оне које леже у основи валидних трансформација за решавање неједначина“. Пошто су разлике између ова два домена веома важне, јавља се следеће питање: каква је природа подршке наставника која може код ученика да генерише оне врсте менталног представљања које ће им омогућити да размишљају о тим важним разликама када се упуштају у активности манипулације симболима које укључују неједначине? Кијеран је, разматрајући тај проблем, истакла да је „дидактички изазов како пронаћи начине да се ученицима помогне да се чувају замке везе између једначина и неједначина у свом трансформационом раду са симболима“, а Базини и Цамир (Bazzini and Tsamir, 2004) истичу да постоји „конфузија између појма једначине и појма неједначине“. Тол (Tall, 2004: 160) сматра да се феномен „когнитивних препрека“ при решавању неједначина јавља управо зато што подсвесне везе ученика са ранијим искуствима више нису прикладне у новом контексту. За присећање ранијих искустава, Тол користи термин „већ виђено“. Његова хипотеза је да управо „већ виђено“ знање, настало при решавању линеарних једначина, узрокује проблеме код неједначина. Наиме, ученици граде одређене конструкције које функционишу у њиховим (могуће процедуралним) решењима

линеарних једначина, али које узрокују погрешне представе када се примене на неједначине.

Као додатни проблем у приступу неједначинама Кијеран је нагласила да се у данашњим приступима овој теми не разматра изграђивање значења неједначина, тј. приступи неједначинама не подразумевају активности контекстуализованог решавања проблема као основе на којој се генерише симболичка форма неједначина. Проблем неразумевљања значења алгебарских симбола истичу и Бланко и Гаро (Blanco and Garrote, 2007). Када су, у оквиру свог истраживања, од ученика тражили да објасне поступке које примењују при манипулацији симболима, већина их је одговорила да не зна зашто је урадила оно што је урадила. Аутори закључују да велики део тешкоћа које ученици имају у раду са неједначинама настаје због семантичке сложености ових задатака. Верикиос и Фамаки (Verikios and Farmaki, 2008) наводе резултате свог истраживања који показују да коришћење различитих репрезентација при обради неједначина (графичка репрезентација, табеле, текстуални проблеми, симболи) помаже ученицима при стварању значења симбола и разумевању поступка решавања неједначина. Фридлендер и Табак (Friedlander and Tabach, 2001: 173) истичу да „коришћење вербалних, нумеричких, графичких и алгебарских репрезентација има потенцијал да процес учења алгебре учини смисленим и ефикасним. Голдин и Штајнголд (Goldin and Shteingold, 2001) сматрају да можемо рећи да ученици имају развијену идеју о неједначини ако интегришу дефиницију, различите системе репрезентације појма и особине (својства) појма. Бланко и Гаро (Blanco and Garrote, 2007: 227–228) на основу својих истраживања издвајају следеће захтеве за увођење неједначина у настави:

- Појам не уводити сувише брзо;
- Уверити се да је развијено значење симбола;

- Јасно нагласити разлике између појма једначине и неједначине;
- Користити различите језике: „свакодневни“ језик, визуелно-геометријски језик и алгебарски језик. Прелажење са једног на други језик помаже разумевању појма неједначине;
- Увођење формалних нотација (симбола) мора бити повезано са значењем појмова и процеса неопходних за решавање неједначина;
- Коришћење различитих стратегија у приступу неједначинама омогућава да већи број ученика разуме појам.

У релативно малобројним истраживањима посвећеним проблему неједначина, у којима се разматрају различити приступи овој теми, истичу се следећи проблеми:

- Запостављање развијања значења појма неједначине;
- Представљање појма и поступака симболичким језиком, док се остали начини репрезентације не користе;
- Проблем повезаности садржаја који се односе на једначине и неједначине, који доводи до тога да се алгебарске трансформације при решавању неједначина изводе без обзира на ограничења која настају из чињенице да се знак „>“ не понаша као знак „=“.

### Неједначине у наставном програму

Можемо поставити питање да ли су у нашим наставним програмима математике оперативни задаци довољно конкретизовани и операционализовани и да ли експлицитно осветљавају појмовну структуру градива. У тражењу одговора на то питање осврнућемо се на истраживање које је за предмет имало начин операционализације и конкретизације образовних за-

датака у школским оперативним програмима за први разред основне школе (Зељић, 2007). Реч је о програмима које, полазећи од прописаног наставног програма, осмишљавају школски тимови основних школа (реч је о тимовима из три београдске школе). Резултати истраживања су показали да се оперативни школски програми разликују у погледу начина структурисања и логичке повезаности садржаја, као и у степену обрађености садржаја. Ове разлике могу се објаснити чињеницом да оперативни задаци који су предвиђени наставним програмом математике за основну школу нису довољно конкретизовани и усмеравајући, те остављају могућност погрешних интерпретација.

Наши наставни програми математике за сваки разред садрже следеће делове: *Оперативни задаци, Садржаји програма, Начин остваривања програма, Основни захтеви у погледу математичких знања и умења* (Правилник о наставном плану и програму 2004, 2005, 2006). Анализирајући програме математике за прва четири разреда можемо рећи да се у нашим школама деца већ у првом разреду срећу са алгебарским садржајима, што је у складу са захтевима који се износе последњих година у оквиру међународне математичке заједнице. Програм предвиђа да се ученици од првог разреда упознају са једноставним облицима једначина, правилима аритметике (у процедуралном облику) као основе за увођење одређених рачунских поступака. Ученици до краја четвртог разреда упознају својства бројевног система природних бројева и симболички их изражавају, решавају једначине и неједначине, користе словне изразе. Наш програм математике, што се тиче наставне теме *Неједначине*, у трећем разреду садржи задатке и садржаје који се односе на скуповно-теоријске нотације (*Упошреба знакова за скупи и припадност скупу*) и једноставне облике неједначина ( $x > 15$ ,  $x < 245$ ). У четвртог разреда ученици *„уочавају и зависности између резултата и компонента операције“*, те *„решавају једноставније једначине и*

неједначине (уїознаїїих облика) у скуїу їрїродних броїева“.

Истакли смо да се мрежа алгебарских поїмова, коїу сугеришу наши наставни програми, може сматрати узорном и при широком меїународном пореїењу. Меїутим, морамо изнети и неке недоследности и недоречености коїе смо приметили, а коїе се односе на структурисање садржаја. У оперативним задацима за треїи разред стоїи задатак „треба да знаїу да решаваїу једноставниїе једначине у скупу броїева до 1000“. У поменутиим задацима не стоїи да ученик треба да зна да решава једноставне облике неједначина, док у *Садржаїу їроїрама* за треїи разред стоїи „неједначине облика  $x > 15$ ,  $x < 245$ ; скуп решења неједначине“. Ако *Оїератїивне задаїке* схватимо као полазну тачку за учитеље при изради њїхових оперативних програма и ауторе уїбеника, а *Садржаїе їроїрама* као предлог садржаја за реализациїу задатака, наведени садржаїи делуїу збуњуїуїе. Да ли је задатак „ученик треба да зна да решава једноставне облике неједначина“ неважан, па га нема у *Оїератїивним задацима*? Што се тиче поїма неједначина, у програму за четврти разред стоїи задатак „знаїу да решаваїу једначине и неједначине (упознатих облика) у скупу природних броїева“. У *Садржаїу їроїрама* нису наведени могуїи облици, па се подразумева да су то облици коїе су упознали у треїем разреду ( $x > 15$ ,  $x < 245$ ). У делу *Начин осїваривања їроїрама* стоїи да ученици „одреїуїу вредност слова за коїу је истинит запис  $a + 4 < 8$ “. У том смислу делови програма су неусклаїени. Да ли су за неке поїмове формулисани оперативни задаци, а други су нашли своїе место у *Садржаїу їроїрама*? *Начин осїваривања їроїрама*, као метод решавања једначина предлаже: „Исто тако, уз даїїу неједначину, їреба їосмаїтраїїи и одїовараїуїу једначину коїа се добиїа када се у неједначини знак неједнакоїїи замени знаком једнакоїїи. Ако одредимо решење једначине, онда је лако одредитїи скуїи решења даїїе неједначине“. Сматрамо да ово упутство ниїе довољно

усмераваїуїе за осмишљавање правилног методичког приступа овим садржаїима.

Једна од основних претпоставки развоја алгебарског мишљења јесте шематско (релационо) учење. При осмишљавању приступа коїи примењуїемо при првим корацима рада са неједначинама важно је правилно структурисати садржаї, а то структурисање подразумева обраду следеїих садржаїа:

- Третирање аритметичких израза као самосталних објеката и познавање структуре аритметичких израза. Прихватање словних израза процедурално и структурално, тї. њїхово третирање као процеса и као производа;
- Разумевање и провоїење поступка решавања једначина (на основу веза измеїу операција);
- Увоїење скуповно-теориїске нотациїе:  $\{...\} \in, \notin$ ;
- Неједначине облика  $x < a$  и  $x > a$ ;
- Изграїивање разумевања функционалне зависности резултата операциїе од промене њених компонената;
- Решавања неједначина (облика  $a \pm x < b$  и  $a \pm x > b$ ) ослањањем на решавање једначина уз функционалну примену правила зависности резултата операциїе од промене њених компонената.

### Методолошки оквир истраживања

Предмет истраживања коїе смо реализовали јесте начин структурисања садржаја и анализа методичког приступа наставної теми *Неједначине* у уїбеницима за треїи разред основне школе. Намера нам је била да испитамо начин на коїи програмом прописане садржаїе и оперативне задатке аутори уїбеника даље развиїаїу и да сагледамо модел поїмовне структуре око коїе организуїу садржаї. На основу ове анализе даље

смо покушали да изведемо претпоставке о томе колико званични наставни програм пружа јединствено и препознатљиво решење модела појмовне структуре математичких садржаја, као и методичког поступка који се примењује.

Дакле, наш циљ је био да испитамо карактеристике појмовне структуре математичких садржаја у уџбеницима за трећи разред основне школе у оквиру наставне теме *Неједначине*. Овако постављен циљ остварен је кроз следеће задатке истраживања:

1. Утврдити да ли у уџбеницима математике за трећи разред постоји јединствена мрежа појмова који су предвиђени наставним програмом за обраду у оквиру наставне теме *Неједначине*.
2. Утврдити разлике у степену разрађености садржаја у уџбеницима кроз број и редослед обрађених појмова у оквиру ове тематске целине.
3. Утврдити да ли постоји разлика у методичкој процедури која се примењује у уџбеницима математике за трећи разред основне школе.

Узорак истраживања чини седам уџбеника за трећи разред основне школе. Реч је о уџбеницима који су одобрени од стране Министарства просвете. У истраживању је коришћена техника анализе садржаја, а за прикупљање података протокол анализе документације.

### Анализа и интерпретација резултата истраживања

#### Појмовна структура

Први ниво анализе уџбеника односио се на идентификовање и регистровање обрађених појмова у оквиру тематске целине. Наш програм за трећи разред предвиђа обраду неједначина облика  $x < a$ ,  $x > a$ . Анализом уџбеника закључили смо да се у три уџбеника за трећи разред

(Јоксимовић и Влаховић, 2008; Марјановић и др., 2005; Јешић и Игњатовић, 2011) обрађују само програмом предвиђени једноставни облици неједначина ( $x < a$  и  $x > a$ ). У два уџбеника (Јовановић и Николић, 2005; Тодоровић и Огњановић, 2011) обрађују се неједначине са сабирањем и одузимањем, док се у два уџбеника (Јовановић-Лазич и Дрндаревић, 2006 и Стефановић, 2005) обрађују и неједначине са множењем.

При анализи програма истакли смо чињеницу да је пре увођења ових облика неједначина потребно увести и појам скупа и скуповно-теоријске нотације. Појам скупа чији су елементи конвенционални симболи и скуповно-теоријске нотације уводе се само у два уџбеника (Марјановић и др., 2005; Јовановић и Николић, 2005). У осталим уџбеницима се једноставно користе скуповно-теоријске нотације при записивању скупа решења неједначина, иако нису претходно обрађени. Присетимо се Скемповог захтева да у једној временској јединици треба уводити само један нови појам. Увођење више нових појмова истовремено, а посебно њихово коришћење као да су познати, може довести до тога да нови садржаји не могу бити „процесуирани“ и схваћени релационо. Такав приступ онемогућава разумевање градива и изградњу хијерархијски повезаних знања. Зачуђујућа је и чињеница да се, поред тога што у званичном програму стоји да се у трећем разреду обрађују неједначине облика  $x < a$ ,  $x > a$ , у четири уџбеника не обрађују ови облици неједначина, већ се обрађују неједначине са сабирањем и одузимањем, а у два уџбеника и неједначине са множењем, што превазилази и оквиру програмом одређених садржаја за четврти разред. Појмовне структуре у уџбеницима за трећи разред у оквиру теме *Неједначине* веома су различите и, осим у три уџбеника (Марјановић и др., 2005; Јоксимовић и Влаховић, 2008; Јешић и Игњатовић, 2011), неусклађене са званичним наставним програмом.

### **Разрађеност и логичка структура садржаја**

Наша даља анализа уџбеника усмерена је на испитивање карактеристика појмовне структуре математичких садржаја у погледу начина структурисања и логичке повезаности тих садржаја. Већ смо закључили да се у три уџбеника обрађују само једноставни облици неједначина. У четири уџбеника обрађују се сложенији облици (неједначине са сабирањем, одузимањем и множењем). Да би ученици решавали неједначине разумевајући општу структуру поступка, пре обраде ове јединице потребно је обрадити одређене појмове (наведене при анализи програма). Од четири уџбеника, у којима се третирају сложенији облици неједначина, у два уџбеника (Тодоровић и Огњановић, 2011; Јовановић-Лазич и Дрндаревић, 2006) нису претходно обрађена правила зависности резултата од промене компонената. Сматрамо да такав приступ, тј. „прескакање“ садржаја ствара семантичку рупу и може резултирати неразумевањем поступка одређивања скупа решења неједначина. Избацивање ових садржаја (иако су експлицитно истакнути у програму) неоправдано је, не само што се тиче наставне теме *Неједначине*, већ и у односу на читаву наставу ране алгебре. Анализом уџбеника уочили смо да се само у три уџбеника (Марјановић и др., 2005; Јоксимовић и Влаховић, 2008; Стефановић, 2005) обрађују словни изрази. Морамо напоменути да се у уџбенику Креативног центра словни изрази обрађују тек после тема *Једначине* и *Неједначине*, где не могу имати своје осмишљено место, значај и улогу. У осталим уџбеницима се словни изрази не обрађују. Разумевање појма словног израза, његовог значења и структуре, као и коришћења својства израза јесу основна знања за рад са неједначинама.

### **Методички постојећности**

У уџбеницима у којима се уводе само једноставни облици неједначина скуп решења се одређује тако што се одређује да ли је неједна-

кост за одређене вредности променљиве тачна или не.

Што се тиче уџбеника који третирају сложеније облике неједначина, наша анализа је показала да се у уџбеницима примењују потуно различити приступи решавања неједначина. Можемо уочити три различита приступа:

1. Поступак у коме се решења неједначине одређују само бирањем неких бројевних вредности за променљиву и проверавањем да ли је неједнакост тачна за ту вредност променљиве.
2. Поступак који се одређује као „сличан решавању једначина“, а у коме се та „сличност“ (или разлика) не објашњава, већ се неједначине решавају применом неких правила и алгоритама који не одговарају природи садржаја.
3. Поступак решавања неједначина ослањањем на решавање једначина уз функционалну примену правила зависности резултата операције од промене њених компонената.

Одређивање решења неједначине бирањем неких бројевних вредности за променљиву и проверавањем да ли је неједнакост тачна за ту вредност променљиве користи се у једном уџбенику (Тодоровић и Огњановић, 2011). Аутори третирају сложене облике неједначина, а решења се одређују само наведеним поступком решавања.

У два уџбеника (Стефановић, 2005; Јовановић-Лазич и Дрндаревић, 2006) при решавању неједначина примењује се поступак који се одређује као „сличан решавању једначина“. Након примера који су урађени бирањем неких бројевних вредности за променљиву и проверавањем да ли је неједнакост тачна следи решавање неједначине помоћу табеле и решавање неједначине „као једначине“. Као „објашњење“ поступка ре-

шавања неједначина наводи се следећи пример (Пример 1):

Пример 1: Методички ирисџуи „сличан једначинама“. (Стефановић, 2005, први део, стр. 109)

Ако броју 162 додамо неки број, добићемо број мањи од 170.

Неједначина:  $162 + x < 170$

Можемо је решити као једначину:

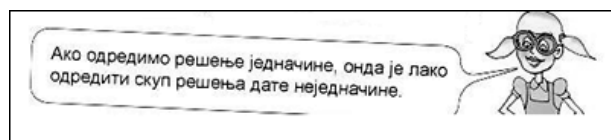
$$162 + x < 170$$

$$x < 170 - 162$$

$$x < 8$$

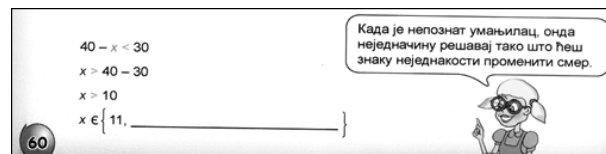
Поступак решавања неједначина у оквиру овог приступа објашњава се тако што се сугерише да се „знак једнакости замени знаком неједнакости“. Аутори сматрају да је одређивање скупа решења неједначине „лако“ и да су нека правила, као што је дато у следећем примеру (Пример 2) довољна водила за приступ овако сложеним садржајима.

Пример 2: Методички ирисџуи „сличан једначинама“. (Јовановић-Лазивић и Дрндаревић, 2006, стр.59)



При третирању примера у којима је променљива на месту умањеоца алгебарске трансформације се, при решавању неједначина, изводе без обзира на ограничења која настају из чињенице да се знак „<“ не понаша као знак „=“. У тим случајевима аутори, за решење проблема, уводе ново правило на основу којег сугеришу примену поступка који ученици не могу разумети нити видети икакво значење у његовој примени (Пример 3).

Пример 3: Методички ирисџуи „сличан једначинама“. (Јовановић-Лазивић и Дрндаревић, 2006: 60)



Сугеришање „замене знака једнакости и неједнакости“ може створити конфузију у раду ученика. Ученици, наине, решавају неједначине тако што проводе поступак решавања одговарајуће једначине, али знак једнакости „заменују“ знаком „<“, односно „>“. На тај начин, ученици често долазе до тачног решења, али ти поступци нису резултат стварног разумевања. Приликом решавања неједначина са променљивим умањеоцем, као поступак, у том приступу се сугерише да се знак мења када је променљива на месту умањеоца. Ученици могу примењивати меморисана правила на једноставним примерима и на тај начин доћи до тачног резултата. Али, то не значи да разумеју поступак. Ако за сваки нови проблем (сложенији облици неједначина), ученици треба да науче ново правило, у једном тренутку ће „меморија бити пуна“ и доћи ће до блокаде на даљем путу учења. Очигледно је да такви поступци воде неразумевању и формалном приступу овим садржајима. Ако хоћемо да ученици решавају неједначине разумевајући општу структуру поступка, задатак „решавати неједначине“ мора се конкретизовати као „решавати неједначине применом правила зависности резултата од промене компонената“. Методички поступак који се сугерише мора водити релационом разумевању, које подразумева знање „како“ и „зашто“ то радим.

Поступак решавања неједначина ослањањем на решавање једначина уз функционалну примену правила зависности резултата операције од промене њених компонената се примењује у једном уџбенику (Јовановић и Николић, 2005).



## Закључак

Појмовна структура садржаја, начин разрађености и његове логичке повезаности битно утичу на постигнуће ученика у математици, односно одређују ниво разумевања математичких садржаја од стране ученика. Повезивање образовних циљева и задатака са одговарајућим садржајима и методама учења јесте примарни задатак и за ауторе уџбеника и извођаче наставе (учитеље). Наша анализа је показала да су анализирани уџбеници неусклађени са званичним наставним програмом. Наиме, у четири уџбеника (од седам анализираних) обрађују се садржаји који знатно превазилазе оне за ову тематску целину предвиђене програмом. Резултати нашег истраживања показују и да они нису засновани на јединственој мрежи појмова који се обрађују у оквиру тематске целине *Неједначине*. Преурањено третирање појмова може довести до тога да неки појмови чије значење није адекватно изграђено постају препреке у каснијем учењу. Уџбеници се разликују и у погледу начина структурисања и логичке повезаности садржаја, као и у степену његове разрађености. Различите логичке структуре знања стварају различите могућности за интелектуалну активност ученика. „Прескакање“ појединих појмова у њиховој логичкој хијерархији једнако је „опасно“ колико и случај када се неке теме отргну из логичких и нађу у структурама других садржаја, што доводи до немогућности да се садржај повеже и граде одговарајуће схеме. У хијерархији тема које чине школски програм математике, где је обрада једне теме услов за могућност обраде следеће, свако њихово изостављање ствара семантичку празнину. Ако би се неке теме отргнуле из логичких и нашле у структурама других садржаја, то би довело до конфузије и немогућности повезивања садржаја и грађења одговарајућих схема. Не постоје наставни приступ и стратегија којима бисмо уз тако поређане теме довели ученике до разумевања математичких законитости. Нас-

тавни програми морају бити осмишљени тако да подржавају ову идеју. Правилно структурисање садржаја је неопходан услов за квалитетно планирање и извођење наставе математике. А то да је садржај структурисан подразумева:

- Да је подељен на наставне теме које садрже сродне садржаје;
- Да су уз сваку тему јасно истакнути одговарајући задаци;
- Да је поштована хијерархија тих тема.

Резултати наше анализе показују да су у уџбеницима, осим различитих појмовних структура, присутни и различити методички приступи наставној теми *Неједначине*. Можемо чак закључити да учитељи у оквиру предмета истог назива – Математика – предају два различита предмета (инструменталну и релациону математику). Инструментално разумевање подразумева да је ученик у могућности да успешно манипулише симболима, тј. задатак решава коришћењем правила која су најчешће научена напамет. Ученици могу да решавају задатке примењујући низ рутинских процедура које не могу да разумеју, протумаче и контролишу. Последица овог приступа је то да ученици не умеју да решавају неједначине које се не уклапају у научене обрасце, тј. које не подлежу наученим правилима. Релационо разумевање настаје када ученик уме вешто да барата појмовима користећи њихова својства и међусобне релације и састоји се у грађењу појмовне структуре (шеме).

Једно од могућих решења овог проблема видимо у конкретизацији оперативних задатака и садржаја у наставном програму. Анализирајући оперативне задатке програма математике за почетне разреде, можемо рећи да су они дати доста уопштено и да је адекватно решење да се за сваку наставну тему конкретизују специфични задаци и у складу са њима прецизирају одговарајући садржаји, јер се очекује да се на тим садржајима постигну ови задаци, што ће допринети томе да се појединачним школским

уџбеницима нају адекватне логичке структуре садржаја. Навели смо да у програму математике постоји поглавље *Начин остваривања програма*. Можемо рећи да се у литератури као доминантан проблем у раду са неједначинама истиче проблем везе између поступака решавања једначина и неједначина. У том контексту методички поступак који је у нашем програму „објашњен“ као „Ако одредимо решење једначине онда је лако одредити скупи решења неједначине“ можемо заиста окарактерисати као неадекватан.

Сматрамо да би неке теме ипак требало дубље разрадити и прецизирати дидактичку функцију и развојни ток садржаја. Најпотпунији одговор на питање оправданости избора садржаја и методичких поступака који се примењују у уџбеницима дала би студија која подразумева тестирање ученика на крају првог циклуса школовања и сагледавања коришћеног уџбеника као једног од важних фактора који детерминишу знања и успех ученика.

### Уџбеници

- Јешић, С., Игњатовић, М. (2011). *Математика (3 а и 3 б) за трећи разред основне школе*. Београд: Герундијум.
- Јовановић-Лазич, М., Дрндаревић, Д. (2006). *Математика 3*. Београд: БИГЗ Publishing.
- Јовановић, М., Николић, А. (2005). *Игра бројева и облика, Математика за 3. разред основне школе*. Београд: Klett.
- Јоксимовић, С., Влаховић, Б. (2008). *Математика 3*. Београд: Едука.
- Марјановић, М., Поповић, Б., Зељић, М., Капс, М. (2005). *Математика за трећи разред основне школе*. Београд: Завод за уџбенике.
- Стефановић, А. (2005). *Математика, Уџбеник за трећи разред основне школе (1. и 2. гео)*. Београд: Креативни центар.
- Тодоровић, О., Огњановић С. (2011). *Математика 3*. Београд: Завод за уџбенике.

### Литература

- Bazzini, L., Tsamir, P. (2004). Algebraic Equations and Inequalities: Issues for Research and Teaching. In: M. J. Høines, A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, vol. 1* (137–166). Bergen, Norway.
- Благданић, С. (2008). *Методичка ефикасност мреже јојмова*. Београд: Учитељски факултет.
- Blanco, L. J., Garrote, M. (2007). Difficulties in learning inequalities in students of the first year of pre-university education in Spain. In: *Eurasia Journal of Mathematics Science & Technology Education* 3 (221–229). Ankara.
- Voero, P., Bazzini, L. (2004). Inequalities in Mathematics Education: The need for Complementary Perspectives. In: M. J. Høines, A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, vol. 1* (139–142). Bergen, Norway.
- Brown, C. A., Carpenter, T. P., Kouba, V. L., Lindquist, M. M., Silver, E. A., & Swafford, J. O. (1988). Secondary school results for the fourth NAEP mathematics assessment: Algebra, geometry, mathematical methods, and attitudes. *Mathematics Teacher*, 81, 337–347.

- Friedlander A., Tabach M. (2001). Promoting Multiple Representations in Algebra. In: A. Cuoco, F. R. Curcio (Eds.), *The Roles of Representation in School Mathematics* (173–185). Reston, VA: NCTM.
- Goldin, G., Shteingold, N. (2001). System of representations and the development of mathematical concepts. In: A. Cuoco, F. R. Curcio (Eds.), *The Roles of Representation in School Mathematics* (1–23). Reston, VA: NCTM.
- Kieran, C. (2004). *The Equation / Inequality Connection in Constructing Meaning for Inequality Situations*. In: M. J. Høines, A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, vol. 1* (143–147). Bergen, Norway.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1–36.
- Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20–26.
- Skemp, R. R. (1987). *The Psychology of Learning Mathematics (expanded American edition)*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Tall, D. (2004). Reflections on Research and Teaching of Equations and Inequalities. In: M. J. Høines, A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, vol. 1* (158–161). Bergen, Norway.
- Tsamir, P. & Bazzini, L. (2002). Algorithmic models: Italian and Israeli students' solutions to algebraic inequalities. In: A. D. Cockburn, E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Annual Meeting for the Psychology of Mathematics Education, vol. 4* (289–296). Norwich: UK.
- Ursini, S., Trigueros, M. (2009). In search of characteristics of successful solution strategies when dealing with inequalities. In: M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, H. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, vol. 5* (265–272). Thessaloniki, Greece.
- Verikios, P., Farmaki, F. (2008). Approaching the inequality concept via a functional approach to school algebra in a problem solving context. In: A. Gagatsis (Eds.), *Research in Mathematics Education* (191–205). Nicosia.
- Зељић, М. (2007). Наставни програм математике заснован на појмовној структури. У: И. Радованвић, Б. Требјешанин (ур.), *Дидактичко-методички аспекти промена у основношколском образовању* (130–141). Београд: Учитељски факултет.
- Ивић, И., Пешикан, А., Антић, С. (2008). *Водич за добар уџбеник: ојшњи стандарди квалитетног уџбеника*. Нови Сад: Платонеум.
- Пешикан, А. (2003). *Настава и развој друштвених појмова код деце*. Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.
- Правилник о наставном плану и програму за први и други разред основног образовања и васпитања (2004). *Просветни гласник*, LIII, 10, Београд, 45–48;
- Правилник о наставном плану програму за први, други, трећи и четврти разред основног образовања и васпитања и наставном програму за трећи разред основног образовања и васпитања (2005). *Просветни гласник*, LIV, 1, Београд, 38–41.
- Правилник о наставном програму за четврти разред основног образовања и васпитања (2006). *Просветни гласник*, LV, 3, Београд, 41–43.

- Требїешанин, Б., Лазаревиї, Д. (2001). *Савремени основношколски уїбеник*. Београд: Завод за уїбенике и наставна средства.

#### **Summary**

*Development of the term variable is one of the most significant tasks of teaching algebra. In this respect, inequations are understood as a significant topic of early algebra. In the research devoted to the issues of inequations, in which there are different approaches to this topic, there are the following issues: neglecting of development of the meaning of the term inequation, representing the term and approaches only in symbolic language, problems of connection of contents referring to equations and inequations. The subject of the research, which we have realized are the ways of structuring the contents and methodological approaches to the teaching subject of Inequations in the course books for the third grade of the primary school. The aim of this paper is directed to the research of the ways in which curricular contents are further developed by the teachers, i.e. determining the means in which official curriculum offers a unique and recognizable solution of the model of the term structure of the mathematical contents within the topic Inequations, as well as theoretical foundation of methodological approaches applied in the course books. Results of the research show that the analysed course books differ in the way of structuring and logical connection of contents and the degree of processing contents, and the course books there are different methodological approaches for analyzing the teaching topic of Inequations. This result can be partially explained by the fact that in the curriculum, educational task are not sufficiently conceptualised and that their methodological function and developmental current are not precisely explained.*

**Key words:** algebra, inequations, variable, contents structuring, methodological approach.