

**Славиша Радовић**

ГеоГebra Центар Београд

Александра Стевановић

Друга економска школа, Београд

Марија Радојичић

ОШ „Десанка Максимовић“, Београд

Мирослав Марић

Математички факултет, Београд

Стручни
рад

Интерактивни приказ површине геометријских фигура применом програмојске пакете ГеогЕбра



Резиме: Један од основних проблема савремене школе је како одржати пажњу, концентрацију и заинтересованост ученика током часа. Констатанан развој дигиталних технологија привлачи интересовања педагога и наставника да развијају образовне софтвере који би се примењивали у настави. Једна од битних одлика савремене наставе је адекватна примена мултимедијалних образовних материјала. У овом раду је приказан један од начина креирања интерактивне наставне материјала и приказују настави математике у основној и средњој школи коришћењем таквих садржаја. Наставни материјал који ће бити приказан односи се на појам површине геометријских фигура. За приказ садржаја коришћене су веб-технологije HTML, PHP и JavaScript, математички тексти је приказан уз помоћ MathJax функција, а интерактивност едукативних материјала је остварена коришћењем ГеогЕбра апликација. Циљ рада је приказ електронских наставних материјала у којима ученик остварује активни корисник материјала, чиме се побољшава квалитет наставе. Позитивни коментари наставника који користе креиране материјале и број посетитеља сајта указују да је овакав начин презентације наставне садржаја применљив у наставном процесу и да су ученици мотивисанији да истражују током процеса учења.

Кључне речи: интерактивност, површина фигура, ГеогЕбра, рачунари у настави.

1 radovic.slavisa@gmail.com

2 Овај рад је део пројекта 174010, Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије.

Промена парадигме

Када се у прошлости говорило о парадигми наставе, инсистирало се на организационим компонентама и наставе и школе (Поткоњак, 2011). Мислило се на груписање ученика (по годишту и разредима), на организацију наставе (наставни планови и програми, наставни предмети), на организацију времена (наставни час, наставна недеља, школска година), па се тек онда, и то недовољно, говорило о односу ученика и наставника, о раду са учеником, о положају ученика у настави (Босанац, 2011).

Све чешће се постављају питања о облику, методама, начину наставно-образовног и васпитног рада, питања положаја ученика, питања циља и задатка наставе, питања начина утврђивања резултата зеједничког рада наставника и ученика (Ђорђевић, 1981). Један од главних проблема јесте питање тока наставног процеса. Инсистирање на томе да нова школа постане кибернетичка, рачунарска, може значити само да се у данашњој школи користе модерна рачунарска средства, али то не решава основне слабости савремене школе (Ђорђевић, Ђорђевић, 2008). То, наравно, никако не значи да та средства не треба користити у будућој школи – наиме, дефинисан је проширени модел проблема који може настати при увођењу рачунара у наставу (Zhao et al., 2002). Тежимо томе да се ученик не прилагођава школи, већ да се нова школа прилагођава ученику – не просечном, већ сваком појединачном ученику.

Интерактивно окружење за учење има циљ да ученицима обезбеди могућност да уче и формирају своје знање на начин који је њима најлакши. Рачунари могу да подрже стимулативно окружење за учење и могу на ученике утицати тако да оно што уче смислено уче (Mayer, Anderson, 1992; Mayer, 2003). При пројектовању школе будућности истовремено се мора пројектовати и лик наставника будуће школе, као део који је од ње неодвојив. Наставник је у шко-

ли био и остао фактор без кога школски систем не би могао ни да постоји ни да функционише (Стојановић, 2008).

Мултимедија у настави

Образовање као саставни, чак покретачки део друштва, мора да одговори на промене и прати тенденције савременог друштва, које постаје све више технолошко. Примена рачунара у савременој настави постаје све више уобичајена пракса, а посебан значај заузима примена образовних софтвера, као и интернет технологија (Pećanac et al., 2011).

Разна истраживања показују да је учење квалитетније када се у наставном процесу користе и слике и текст него када се учење базира само на текстуалном садржају. У свом раду Мајер (Mayer, 2003) наглашава да учење уз помоћ мултимедијалних софтвера који комбинују анимације, текст и звук побољшава усвајање градива и развија способност решавања реалних проблема. Анимације и интерактивни аплети све су више присутни у савременим мултимедијалним системима за учење (Rasch, Schnotz, 2009).

Применом рачунара у настави могу се избећи неки недостаци традиционалне наставе. Ученик није пасиван, учи активно, самостално, према свом темпу и способностима. Престаје да буде објекат наставе и постаје субјекат (Amhag, Jakobsson, 2009). До изражаја долазе његове личне способности и мотивација. Постоји много радова и библиографских података у којима експерти предвиђају које ће технологије бити најзаступљеније у будућем образовању, као што су UK e-Learning Market Report (Patterson et al., 2009) и конференције Frontiers in Education (<http://fie-conference.org>), IEEE EDUCON Engineering Conference (www.educon-conference.org), AACE e-Learn Conference (www.aace.org/conf/el-learn), ISTE Conference (www.iste.org) и TIE New Frontiers (tiicolorado.org/conference/).

Технологије коришћене за израду интерактивне веб-презентације

И поред великог броја међународних научних радова и истраживања која потврђују да је учење коришћењем образовних софтвера квалитетније (Lavicza, 2008), те да на позитиван начин утиче на учење математике на свим нивоима образовања, ти образовни софтвери се веома мало користе у школама (Artigue, 2002; Pierce, Stacey, 2004).

Програм GeoGebra је математички софтвер који повезује алгебру, геометрију и анализу (Hohenwarter, 2007), развио га је Маркус Хохенвартер. Бесплатан је, једноставан за инсталацију, могуће је покретати га из било ког интернет претраживача, па из тог разлога одређени оперативни систем није предуслов за коришћење. Добитник је више европских и светских награда у области образовног софтвера. GeoGebra је програмски пакет који обједињује два различита приступа визуелизацији математичких објеката. Наиме, геометрија и алгебра су потпуно равноправно заступљене, могуће је објекте задавати једначинама, потом мењати графичке приказе објеката и посматрати како се том приликом мењају једначине тих објеката и обрнуто. Креирани аплети, динамичке конструкције које могу бити интерактивне, омогућавају ученицима да истражују у току процеса учења (Buteau et al., 2010).

Систем подршке наставницима који користе GeoGebra одвија се кроз званичне GeoGebra Институте. У Србији постоји GeoGebra Центар Београд, основан при Математичком факултету Универзитета у Београду, чија је интернет адреса <http://geogebra.matf.bg.ac.rs>. Циљ GeoGebra Центра Београд јесте унапређење наставе математике, стручно усавршавање наставника математике, као и имплементација дидактичког материјала у настави који је направљен коришћењем GeoGebra пакета (Марић и сар., 2012).

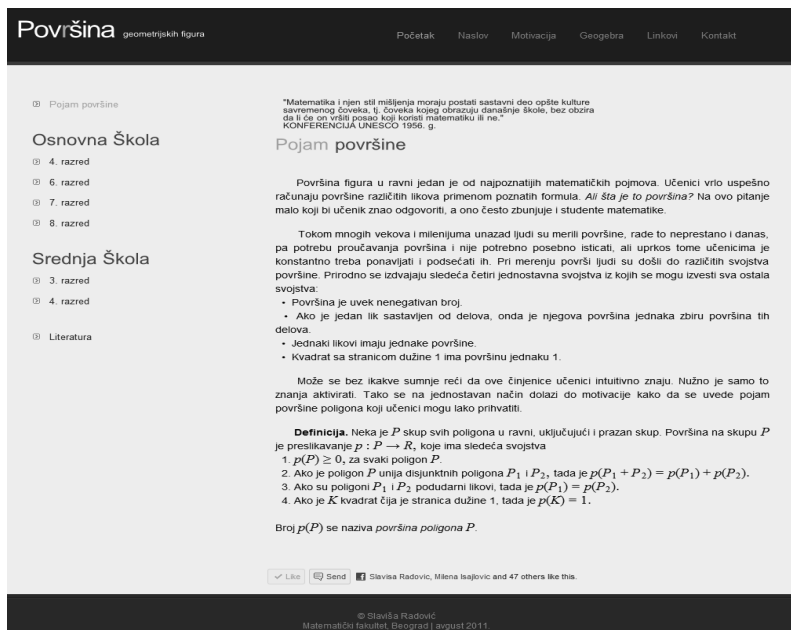
Уз помоћ GeoGebra функционалности могуће је из динамичке конструкције добити готову интернет страницу, која је спремна за постављање на веб. За приказ математичког текста на интернету користи се MathJax – то је JavaScript библиотека која омогућава приказ математичког текста у свим претраживачима, укључујући и мобилне уређаје. MathJax прилагођава величину математичких симбола како би они одговарали величини текста у оквиру кога су формуле написане.

За креирање теста коришћене су JavaScript функције које омогућавају да се текст задатка, решење и тачан број поена сваког задатка чувају у посебном текст фајлу. Када ученик приступи тесту, део података му се приказује, а део се чува у меморији претраживача како би се користио за упоређивање са одговорима које ученик упише у поља намењена одговорима на сајту – на тај начин се рачуна број поена и време трајања израде теста, те добија оцена коју је ученик заслужио.

Комуникација између наставника и ученика је врло битна. Број различитих начина на које та комуникација може да се изведе и организује поспешује квалитет односа између наставника и ученика (Ђорђевић 2004, Кулић 2004, Ђорђевић 2003), као и информисаност наставника о учениковом знању. У апликацији су коришћене PHP скрипте, како би ученици могли да, користећи веб-форму на сајту, шаљу својим наставницима електронске домаће задатке које ураде.

О веб-презентацији „Површина геометријских фигура“

Нове образовне технологије пружају изазове, али у исто време и потенцијале да се развијају радне праксе у образовању. Нагласак на константном учењу у савременом друштву захтева нове врсте компетенција од наставника и ученика: наставници треба да буду у стању да омогуће да се знање ученика гради на различите начине.



Слика 1. Интернет страница Површине геометријских фигура.

У овом поглављу је представљен интерактиван едукативан материјал у којем је обрађен појам површине фигура током основне и средње школе (Radović, 2012). Сви садржаји су јавно доступни и налазе се на адреси <http://alas.matf.bg.ac.rs/~ml06125> (на Слици 1). Материјал је у облику интернет страница са ГеОГебра аплетима. Динамичност и интерактивност постигнути су коришћењем JavaScript и PHP функција (Марић и сар., 2012). Наставни садржај се налази на серверима Математичког факултета Универзитета у Београду.

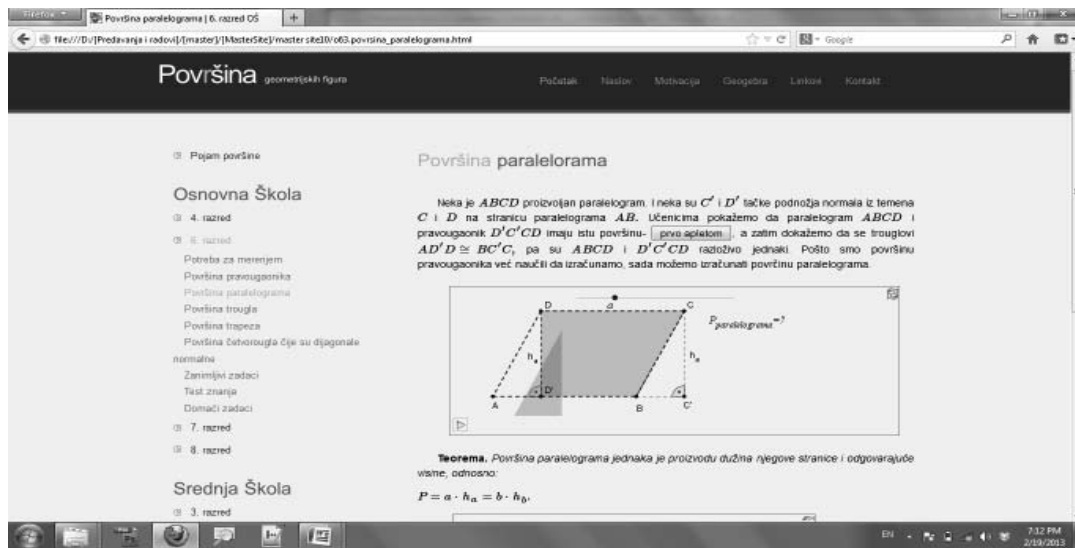
Сви едукативни материјали су прављени пре свега за ученике (они могу да се самоиницијативно усавршавају и проширују стечена знања, омогућено им је индивидуално напредовање), али и за наставнике (као идеја и предлог за њихове мултимедијалне часове). Све градиво је подељено по разредима у којима се изучавају математичке теме које се тичу површине фигура, према образовним стандардима које је донело Министарство просвете и науке Републике

Србије. У оквиру сваког разреда постоје четири различита типа наставних садржаја према којима је подељен образовно-едукативни материјал. Они се узајамно допуњују, формирајући целину у којој ученици могу да стичу нова знања, вежбају и проверавају усвојена знања.

Начин коришћења едукативног материјала

Како су у веб-презентацији присутни материјали за све разреде у којима се изучава површина геометријских фигура, одлучили смо да представимо један од могућих начина изучавања површина геометријских фигура у шестом разреду основне школе.

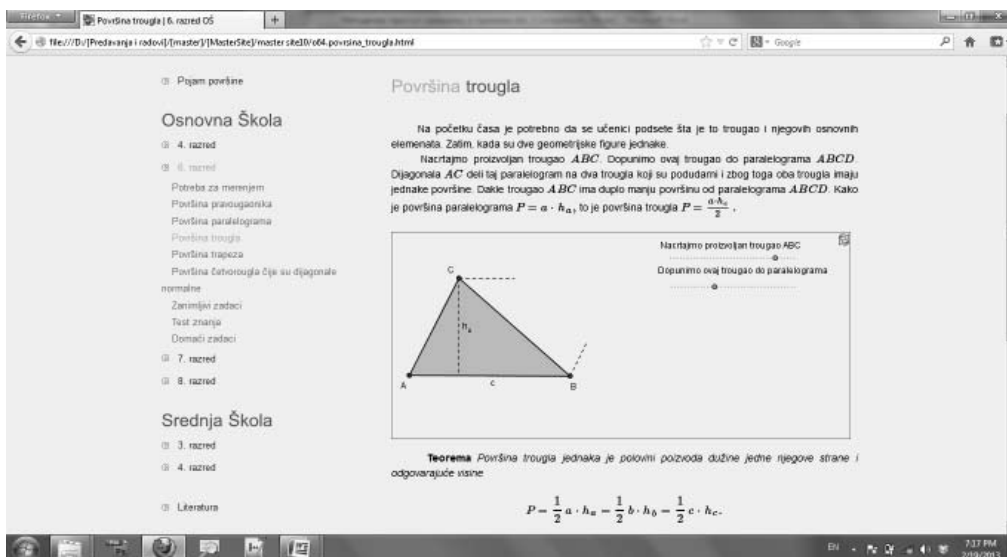
Прва целина је посвећена учењу. Дакле, коришћењем интерактивних ГеОГебра аплета и динамичких интернет страна ученицима се на занимљив начин представљају геометријски објекти и фигуре и њихове основне особине, а потом мотиви и начини за израчунавање површине тих фигура. Главна одлика оваквог начина



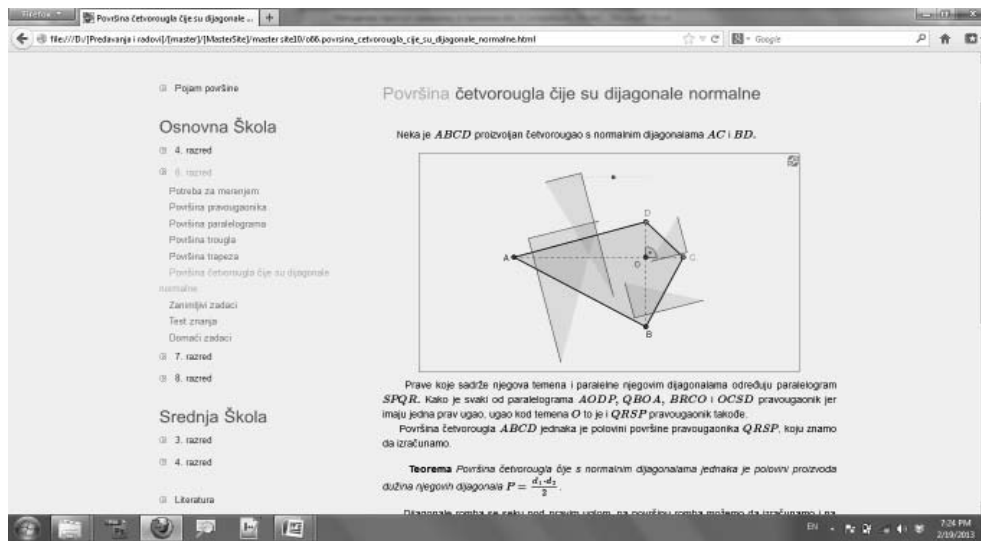
Слика 2. Површина паралелограма.

представљања градива јесте то што је ученицима омогућено да активно истражују и самостално откривају односе између објеката које посматрају (Ивић и сар., 1997). У великом броју радова је писано о развоју способности решавања проблема код ученика ако је образовни софтвер конципиран тако да од ученика захтева истраживачки приступ материјалима (Chen, 2010; Kim, Hannafin, 2011; Merrill, Gilbert, 2008).

Једноставним померањем објеката, тачака и клизача на аплетима ученици уочавају какве се промене дешавају и на тај начин доносе закључке (Schwan, Riempp, 2004). У оквиру сваке интернет стране где се налазе аплети постоји пратећи математички текст који ученике уводи у садржај који се одвија на аплету и који касније објашњава шта то ученици на основу аплета треба да закључе (Муминовић, 2010). Слика 2 пока-



Слика 3. Површина троугла.



Слика 4. Површина четвороугла чије су дијагоналe нормалне.

зује аплет на коме је представљен паралелограм. Померајући клизач који се налази изнад фигуре, ученик трансформише фигуру у ону чију површину уме да израчуна (у наведеном случају паралелограм у паралелограм који има прав угао тј. правоугаоник). Савладавајући градиво на овај начин, ученик истражује током процеса учења, повезујући знање у целину.

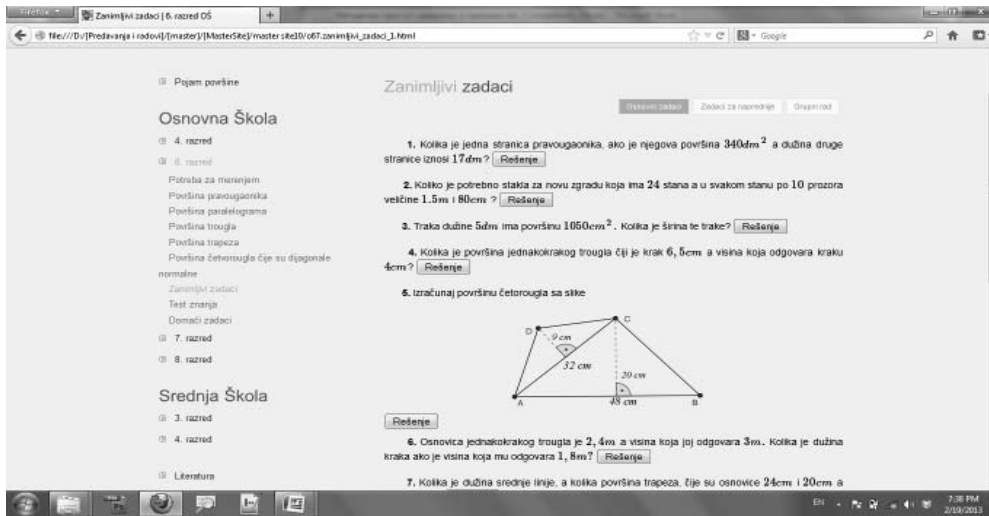
Следећи проблем са којим ученици треба да се суоче јесте проблем површине троугла (Слика 3). Користећи аплет – померајући клизач, ученици прво исцртају троугао а затим га допуњују до паралелограма, чију површину знају да израчунају. Они, заправо, уче да трансформишу фигуру у ону чију површину умеју да израчунају, и то фигуру која представља део првобитне (у наведеном случају од троугла се добија паралелограм, па се троугао види као половина паралелограма).

Последња фигура чију површину ученици уче да израчунају у шестом разреду јесте делтоид (Слика 4). Осим математичког текста на страници намењеној учењу површине те фигуре присутан је и аплет на коме се налазе делтоид и клизач. Ученик, померајући клизач, трансфор-

мише делтоид у правоугаоник и открива начин на који се рачуна површина, тј. открива да је површина делтоида једнака половини површине правоугаоника чије су стране једнаке дијагоналама делтоида. Користећи интерактивне аплете и модификујући фигуре ученик контролише ток учења.

Друга целина се односи на задатке за вежбање. Када су ученици савладали градиво које се тиче особина геометријских објеката, начине и особине помоћу којих се рачунају површине – следећи корак представља суочавање са проблемским задацима.

У оквиру сваког разреда, отварањем линка „Занимљиви задаци“ добијамо интернет страну са проблемима које треба решити, као на слици 5. Проблеми су подељени у неколико група у зависности од тежине или према томе ком типу задатака припадају. Ако при решавању задатака ученици имају проблема, кликом на дугме „Решење“, које се налази испод сваког задатка, отвара се поље у коме су детаљно образложени кораци решавања задатка и тачно решење. Овакав вид задавања проблема омогућава ученицима да самостално решавају задатке и да истовремено – ако им

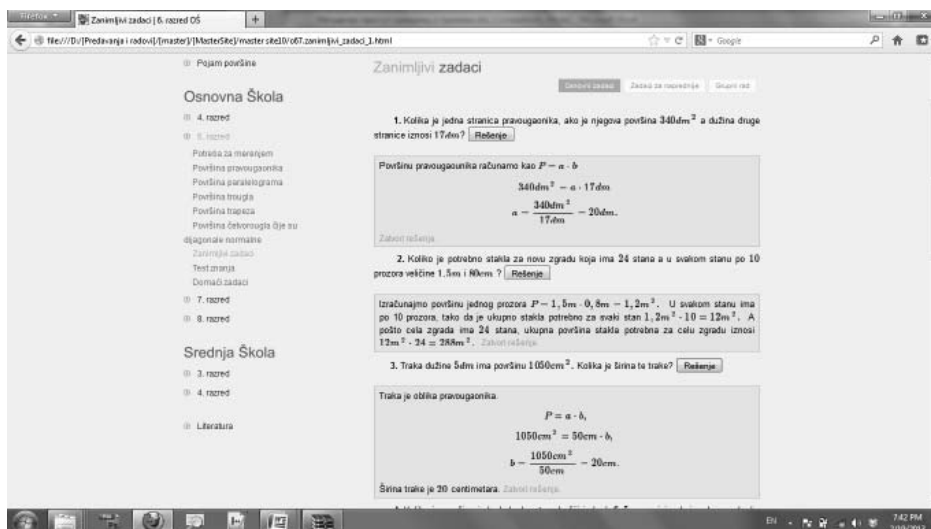


Слика 5. Занимљиви задаци.

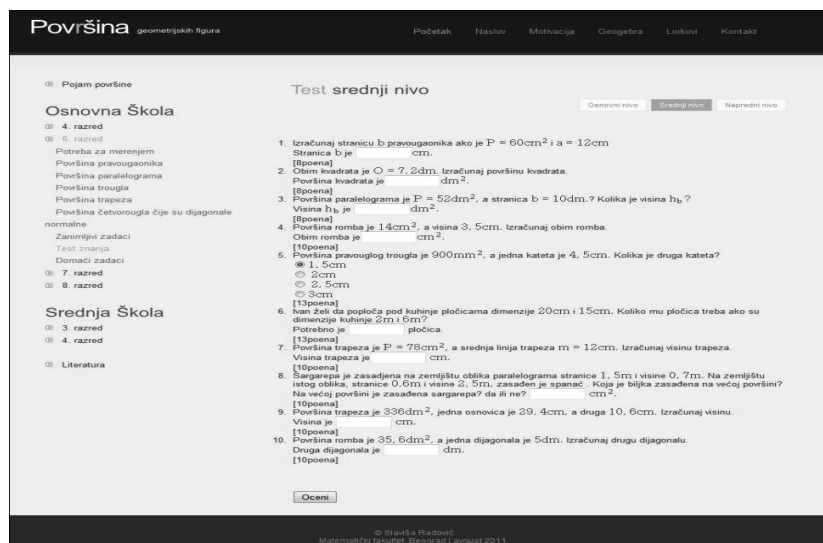
је то потребно – могу да провере да ли задатке добро раде, те да ли постоји други, можда, једноставнији начин решавања проблема (слика 6).

Трећа целина се односи на самосталну проверу знања. Сада ученици који су успешно урадили задатке на делу сајта намењеном за вежбање могу да провере своје знање решавајући тест. Кликом на линк „Тест знања“ отвара се, у оквиру сваког разреда, интернет страна

са упутством за ученике и пољем за избор тежине задатка. Задаци су груписани у три теста, распоређени по тежини, по упутству „Образовни стандарди за крај обавезног образовања за наставни предмет Математика“ Министарства просвете и науке Републике Србије и Завода за вредновање квалитета образовања и васпитања (www.mpn.gov.rs).



Слика 6. Занимљиви задаци, приказ помоћи при решавању задатка.



Слика 7. Изглед шестиа.

Отварањем теста (Слика 7.) почиње да се мери време. На крају сваког питања је написан број поена који носи тачан одговор на то питање (поени тачних одговора касније ће се сабирати и формирати оцену); уз то, постоји и место у које треба уписати тачан одговор. Када ученик уради и провери све задатке, треба да кликне на дугме „Оцени“ и тиме се завршава израда теста.

Кликом на „Оцени“ отвара се нова страна на којој су сви задаци прегледани и где ученик може прочитати информације о тесту – који задаци су му тачни, број поена који је освојио, може видети оцену коју је добио, време које је провео решавајући тест и тачна решења задатка (како би увидео своје грешке).

Четврта целина се односи на домаће задатке. Овај део презентације намењен је ученицима чије знање њихови иновативни наставници желе да провере и електронским путем. Када ученик отвори веб-страницу на којој се налазе задаци за домаћи задатак, а пре него што почне да ради задатке, у поља предвиђена за то упише своје име, своју и наставникову електронску адресу. На крају домаћег задатка налази се поље за коментар ученика на домаћи задатак (шта је

било тешко, да ли је ученик имао проблема у решавању задатка). Када све задатке уради, попуни последње поље које се односи на примедбе на домаћи задатак, ученик кликом на „Пошаљи домаћи“ шаље задатке наставнику.

Ученик кликом на „пошаљи домаћи“ добија електронску пошту у којој пише да је наставнику послат домаћи задатак и да треба провери да ли је исправно уписао адресу наставника. Наставнику стиже електронска пошта која садржи наслов домаћег задатка, податке о ученику који га је послао, а затим у облику табеле: текст задатка, тачан одговор и учеников одговор. На наставнику је да прегледа домаћи задатак и да обавести ученика о његовом приспећу. Користећи информације из поља „Примедба ученика“ наставник има увид у проблеме сваког појединачног ученика при решавању домаћег задатка. На овај начин наставник може боље планирати наставу, као и организацију додатних и допунских часова.

Закључак

Представљен је креирани наставни материјал, са свим својим функционалностима и могућностима, у коме је обрађен појам површине геометријских фигура у основној и средњој школи. Описан је начин коришћења различитих делова тог едукативног материјала: за учење, вежбање задатака – објашњење решавања проблема, самостална провера знања и начин провере знања од стране професора. Овакав приступ креирању едукативних садржаја може се применити на било коју математичку област. Наставници коришћењем едукативних материјала могу презентовати ученицима апстрактне математичке појмове у виртуелном окружењу, где се ученици добро сналазе. Коришћење мултимедије на часовима, у било ком облику, трансформише наставни процес тако да се центар образовања помера од наставника и наставног ма-

теријала ка ученику, који тако престаје да буде пасиван. Овакво представљање појма површине геометријских фигура ученицима омогућава да уче на интерактиван начин, темпом који њима одговара и градиво могу изнова понављати онолико пута колико је њима потребно. Различити интерактивни делови наставног материјала (материјал за учење, за вежбање задатака, за проверу знања) утичу на мотивацију ученика и захтевају њихову пажњу током целокупног процеса учења. Наставници су добили модерно наставно средство које могу користити у наставном процесу учења површине геометријских фигура у облику и форми који је приказан у раду. Након истраживања примене веб-презентације „Површина геометријских фигура“ у настави, извршиће се потребне модификације, тако да наставни садржај буде у што већој мери прилагодљив потребама ученика.

Литература

- Amhag, L., & Jakobsson, A. (2009). Collaborative learning as a collective competence when students use the potential of meaning in asynchronous dialogues. *Computers & Education*, 52 (3), 656–667.
- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7 (3), 245–274.
- Босанац, С. (2011). Позиција ученика у школи. *Педагогија*, 66 (1), 91–98.
- Buteau, C., Marshall, N., Jarvis, D. H., & Lavicza, Z. (2010). Integrating computer algebra systems in post-secondary mathematics education: preliminary results of a literature review. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 17 (2), 56–68.
- Ђорђевић, Б. (2004) Претпоставке за успешне комуникације и примену медија у савременој настави. У: *Комуникација и медији у савременој настави, зборник радова*, Јагодина: Учитељски факултет, 77–89.
- Ђорђевић, Б., Ђорђевић, Ј. (2008). Недостаци и слабости традиционалне и савремене школе. *Педагошка стварност*, 54 (7–8), 585–600.
- Ђорђевић, Ј., Ђ. (1981) Савремена настава – организација и облици рада. Београд: Научна књига.
- Ђорђевић, Ј., Ђ. (2003). настава као процес поучавања, учења и комуникације. *Педагошка стварност*, 49 (9–10), 698–709.
- Zhao, Y., Pugh, K., Sheldon, S., & Byers, J. (2002). Conditions for classroom technology innovations. *Teachers College Record*, 104 (3), 482–515.

- Ивић, И. Д., Пешикан, А. Ж., Јанковић-Антић, С. В., Кијевчанин, С. (1997). Активно учење - приручник за примену активних метода наставе/учења. Београд: Филозофски факултет: Институт за психологију.
- Kim, M. C., & Hannafin, M. J. (2011). Scaffolding problem solving in technology-enhanced learning environments. *Computers & Education*, 56 (2), 403–417.
- Кулић, Р. (2004). Природа и суштина комуникације у образовно-наставном процесу. У: *Комуникација и медији у савременој настави, зборник радова* (170–175). Јагодина: Учитељски факултет.
- Lavicza, Z. (2008). The examination of Computer Algebra Systems (CAS) integration into university-level mathematics teaching. Unpublished PhD. dissertation, The University of Cambridge.
- Марић, М., Марић, М., Радовић, С. (2012). *Израда и примена дидактичкој материјала коришћењем програма GeoGebra*. Источно Сарајево: Филозофски факултет.
- Mayer, R. E., & Anderson, R. B. (1992). The instructive animation: helping students build connections between words and pictures in multimedia learning [electronic version]. *Journal of Educational Psychology*, 84, 444–452.
- Mayer, R. E. (2003). The promise of multimedia learning: using the same instructional design methods across different media [electronic version]. *Learning and Instruction*, 13 (2), 125–139.
- Merrill, M. D., Gibert, C. G. (2008). Effective peer interaction in problem-centered instructional strategy. *Distance Education*, 29 (2), 199–207.
- Муминовић, Х. (2010). Проблемско учење у настави. *Иновације у настави*, 23 (4), 23–31.
- Patterson, D., Jung, G., & Broadhead, G. (2009). The UK e-learning market. Learning Light Limited.
- Пећанас Р., Ламбић Д., Марић М. (2011). The influence of the use of educational software on the effectiveness of communication models in teaching. *The New Educational Review*, 26 (4), 60–70.
- Pierce, R. L., & Stacey, K. (2004). A framework for monitoring progress and planning teaching towards the effective use of computer algebra systems. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9 (1), 59–93.
- Поткоњак, Н. (2011). Зашто научни скуп о школи. *Школа и њена будућност*. Београд, САО.
- Radović, S. (2012). An innovative approach in teaching mathematics in elementary and high schools by using the software package GeoGebra. *Mathematica Balkanica*, 26, 2012.
- Rasch, T., & Schnotz, W. (2009). Interactive and non-interactive pictures in multimedia learning environments: effects on learning outcomes and learning efficiency. *Learning and Instruction*, 19, 411–422.
- Стојановић, А. (2008). Компетенције наставника у светлу промена у савременом образовању. *Иновације у настави - часопис за савремену наставу*, 21 (1), 61–69.
- Schwan, S., & Riemp, R. (2004). The cognitive benefits of interactive videos: learning to tie nautical knots. *Learning and Instruction*, 14, 293–305.
- Hohenwarter, M. (2007). Dynamic mathematics with GeoGebra. In: *Journal of Online Mathematics and its Applications*, 7. http://www.maa.org/external_archive/joma/Volume7/Hohenwarter/index.htm
- Chen, C. H. (2010). Promoting college students' knowledge acquisition and ill-structured problem solving: web-based integration and procedure prompts. *Computers & Education*, 55 (1), 292–303.

Summary

One of the basic problems of contemporary school is how to keep attention, concentration and interest of students during the lesson. Constant development of digital technologies attracts attention of pedagogues and teachers to develop educational software, which can be applied in teaching. One of the important features of contemporary teaching is adequate application of multi media educational materials. In this paper, we have presented one of the ways of creating interactive teaching materials and approach to teaching mathematics in primary and secondary school using this kind of contents. Teaching material, which will be shown, refers to the term of area of geometry figures. WEB Technologies HTML, PHP and JavaScript were used for the presentation of the contents, mathematical text was presented with the aid of MathJax functions, and interactive educational materials were presented with the aid of GeoGebra tools.

The aim of the paper is presentation of electronic teaching materials in which a student becomes an active user of materials and the quality of teaching is improved. Positive comments of teachers who use created materials and the number of visits to the site show that this sort of presentation of teaching contents are applicable in the teaching process and that students are motivated to research in the teaching process.

Key words: *interactivity, figure area, GeoGebra, computers in teaching.*