

Кратки
научни прилогЈасмина В. Милинковић¹
Универзитет у Београду, Учитељски факултетБојан Д. Лазић
Универзитет у Новом Саду, Педагошки факултет у Сомбору

Посијиниће ученика на ТИМСС и ПИСА исијивању као смерница за измене у наставном програму математике

Резиме: Посијиниће ученика ирвенсивено је условљено квалитетом школској програма и наставној процеса. Ефикасности основној математичкој образовања у Србији, са аспекта савременој разумевања идеје математичке именовности, оледа се и у посијинићима наших ученика на међународним ТИМСС и ПИСА исеширањима. Компаративна анализа садржаја ТИМСС и ПИСА и нашеј наставној програма иоказује одређене садржајне недостијке програма за основно математичко образовање. Осим наведеној, компаративна анализа програма математике у млађим разредима основне школе више земаља (Финска, Јапан, Јужна Кореја, Хонгконг, Русија, Сингапур, Словенија) са одговарајућим програмима у Србији иоказује хронолошко и садржајно неслањање. Указује се на диспропорцију посијинића ученика на ТИМСС и ПИСА исијивању ради ироналажења мојућих објашњења и указивања на мојућности унаиређења наставе математике у основној школи. Рад нуди иредлој за модернизацију наставној програма од ирвој до четвртој разреда ироширењем иосијојећих и увођењем нових садржаја, важних за даље образовање. Позивајући се на резултате досадашњих исијивања, аутори се залажу за ироједевитички ирисију у ирипреми ученика за усвајање формалних знања од иеиој разреда. Овако је рационално очекиваји иовећање ефикасиа учења наведених садржаја од иеиој до осмој разреда основне школе.

Кључне речи: ТИМСС математика, ПИСА математика, ироједевитичко учење, наставни програм математике, разредна настава математике.

¹ jasmina.milinkovic@uf.bg.ac.rs

Copyright © 2018 by the authors, licensee Teacher Education Faculty University of Belgrade, SERBIA.

This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (CC BY 4.0) (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original paper is accurately cited.

Увод

Унапређење квалитета математичког образовања, постизање што бољих исхода у образовању и обезбеђивање што боље конкурентности на тржишту знања представља циљ коме теже готово сви образовни системи у свету. Учешће земље у међународним испитивањима указује не само на спремност образовног система да упореди резултате уложеног напора у образовање младих генерација у Србији са вршњацима у другим земљама већ и на потребу за преиспитивањем оптималности одабраних садржаја и методичких избора. Имајући у виду резултате одређених студија, у којима се констатује да је стицање математичких знања на раном узрасту кључно за укупни академски успех (Cross et al., 2009; Duncan et al., 2007), не чуди константна заинтересованост друштва за иновирање наставе у основном математичком образовању. Ефикасност основног математичког образовања у Србији може се посматрати у светлу разумевања математичке писмености (Jablonka, 2003; De Lange, 2006). Посебно ефикасност образовног система се огледа у постигнућима наших ученика на испитивању ТИМСС – *Интернационални трендови у математици и природним наукама* (Trends in International Mathematics and Science Study) и ПИСА – *Програм за међународно испитивање ученика* (Program for International Student Assessment). Србија је учествовала у више циклуса ових испитивања (ПИСА 2003, ТИМСС 2003, ПИСА 2006, ТИМСС 2007, ПИСА 2009, ТИМСС 2011, ПИСА 2012, ТИМСС 2015). При том, треба напоменути да ТИМСС претендује на проверу формално стечених математичких знања, дакле, да одсликава наставне програме, док се ПИСА фокусира на функционална знања, односно на примену математике у реалистичном контексту. Чињеница јесте да су западни културни утицаји значајније приметни у ПИСА тестирању (Wu, 2009). Готово ексклузивни нагласак на примењеној математици на ПИСА тесту

води ограничавању на једноставније математичке садржаје и стога се може са сигурношћу претпоставити да остварено постигнуће не показује целокупност математичких садржаја који се уче у школи (и значајни су за даље образовање). Ву указује да остварено постигнуће на ТИМСС-у, усклађеност курикулума и годиште на коме је рађен ТИМСС (односно број година школовања до ПИСА тестирања) могу објаснити 90% варијације ПИСА резултата у математици (Wu, 2009). Ипак, показано је да је најбољи предиктор постигнућа ученика на ПИСА тесту изложеност формалној математици (Schmidt, 2014). Наведене чињенице, као и резултати других истраживања која су се бавила сагледавањем упоредних показатеља са ових тестирања (Close & Shiel, 2014, Swenson, 2017), потврђују основаност идеје компаративне анализе резултата ових испитивања и релевантност постигнућа на ПИСА и ТИМСС испитивању за дискусију о наставном програму.

Чињеница је да је постигнуће ученика у значајној мери условљено квалитетом школског програма и наставног процеса. Картал (Kartal, 2014), анализирајући наставни програм као фактор постигнућа ученика на међународним испитивањима, указује и на потребу да се додатно испита однос између предвиђеног курикулума, примењеног курикулума и постигнутог курикулума. Осим тога, проучавајући уџбенике математике за четврти разред основне школе, а ради бољег постигнућа ученика, Јелић и Ђокић (Jelić, Đokić, 2017) указују на потребу за пажљивијим планирањем структуре садржаја уџбеника математике у Србији. У овом раду ограничићемо се на разматрање садржаја у програму математике за основну школу у Србији, тражећи начине за унапређење програма кроз садржинско усклађивање са програмским садржајима који су препознати у међународним испитивањима као фундаментални.

Постигнуће ученика на међународним испитивањима ТИМСС и ПИСА

На изузетан значај ефикасног и друштвено прихватљивог основног образовања, посебно математичког, указује и *Међународни програм процене образовних постигнућа ученика*, широј јавности познат као ПИСА тестирање (Program for International Student Assessment), као и истраживачког програма *Интернационални трендови у математици и природним наукама*, познатог као ТИМСС, који, између осталог, обухватају и проверу математичке писмености ученика.

ПИСА испитивање иницирао је ОЕЦД (OECD – Organisation for Economic Cooperation and Development) 1997. године, реализује се сваке треће године, а резултати процене на узрасту између петнаест и шеснаест година представљају рану дијагностику оспособљености младих за решавање различитих ситуација које укључују математику (Pavlović-Babic, Baucal, 2013). Почевши од 2003. године, Србија је до сада учествовала у четири истраживачка циклуса (2003, 2006, 2009. и 2012) а постигнути прилично скромни резултати из области математике намећу потребу за дубљом анализом недовољне функционалне писмености наших ученика (Табела 1).

У овом тестирању фокус је на функционалном знању, схватању и решавању великог броја проблема и ситуација с којима се људи сусрећу у свакодневном животу и у професионалном контексту, и који захтевају одређен ниво познавања математике и математичког резонувања. Процеси при решавању задатака односе се на повезивање и закључивање, аргументовање, постављање и решавање проблема, моделовање

и представљање података, а у сваком од наведених користи се низ од седам когнитивних способности које се у оквиру математичке писмености процењују: „комуникација, математизација, репрезентација, резонување и аргументација, проналажење стратегија за решавање проблема, коришћење симболичког језика, операција и математичког алата“ (Pavlović-Babic, Baucal, 2013: 21). Резултати се ради поређења представљају на шестостепеној скали постигнућа, где шести представља највиши ниво математичке писмености, док други представља елементарни функционални ниво.

Анализирајући постигнуте резултате (Табела 1), евидентан је статистички незнатан напредак у последњем циклусу, што упућује да је ниво математичке писмености у Србији остао непромењен и да скоро 40% ученика није достигло ниво функционалне писмености. У поређењу са резултатима земаља ОЕЦД-а, математичка писменост ученика у Србији је у просеку нижа за четрдесет пет поена, што значи да су наши ученици једну годину школовања у заостатку у односу на своје вршњаке у земљама ОЕЦД-а.

Математички садржаји који су обухваћени у досадашњим циклусима ПИСА тестирања су из области геометрије, алгебре, аритметике и мера и вероватноће. Поредеш програме за основно математичко образовање у Србији и дефинисане области садржаја у ПИСА тестовима, може се приметити да су сви наведени садржаји, осим вероватноће, заступљени у програму основног образовања.

Увидом у примере ПИСА задатака из математике приметно је да више од једне трећине

Табела 1. Постигнуће Србије на ПИСА испитивању из математике.

година тестирања	2003.	2006.	2009.	2012.
Србија	437	435	442	449
ОЕЦД	500	499	502	494

задатака (36%) припада управо области вероватноће, коју наши ученици уче тек у средњој школи. То делом оправдава велики проценат погрешних одговора у овом делу теста. Осим наведеног, око 28% задатака односи се на функционалне зависности које су, за разлику од наших уџбеника, овде приказане много непосредније, сликовито, путем графичке илустрације. У нашим уџбеничким комплетима математике за основну школу доминирају задаци са захтевима *израчунај, реши* и сл., што, ради максималне мисаоне активизације ученика и оптималног развоја стваралачког мишљења, упућује на потребу за повећањем броја проблемских задатака, посебно задатака у реалном контексту. Одступањем од процедуралних задатака и инсистирањем на коришћењу математичких симбола за образложење питања у реалном контексту код ученика се развијају флексибилност и способност за реформулисање проблема, односно примењиво знање. Такође, у ПИСА тестовима постоји одређен проценат задатака (24%) у којима се од ученика захтева текстуални одговор отвореног типа, што оцењивачу може да представља потешкоћу у објективном вредновању.

Трагајући за разлозима оваквог постигнућа наших ученика на ПИСА тесту, важно је истаћи чињеницу да се математичка писменост стиче, подстиче и развија адекватним приступом, првенствено у школи, што треба да резултира напретком у овој димензији. Полазећи од сталног наглашавања значаја и потребе за учењем математике у школи, као предмета који, осим развоја логичког мишљења и закључивања, као једнако значајан циљ има пред собом и функционално знање, првенствено треба имати у виду преиспитивање планова и програма математике за основно образовање и побољшавање методичког приступа настави (Lazić, Lipkovski, 2014). Притом, сигурно не треба занемарити ни антропогене и социокултурне услове за наставу математике.

ТИМСС је пројекат Међународног удружења за евалуацију образовних постигнућа (International Association for the Evaluation of Educational Achievement – IEA) који се остварује у четворогодишњим циклусима планирања, реализације и анализе кроз сарадњу ИЕА са националним центрима земаља учесница на двама узрастним нивоима – у четвртог и осмом разреду. Наша земља била је међу педесет седам земаља и седам регионалних ентитета који су учествовали у последњем испитивању на нивоу четвртог разреда. На основу постигнућа свих земаља учесница формирају се четири референтне вредности (напредна, висока, средња и ниска). Србија је са остварених петсто осамнаест бодова изнад просека скале. Анализа постигнућа на ТИМСС 2015 показује да је, на нивоу узорка ученика из Србије, забележен тренд благог раста у односу на постигнуће ученика из 2011. године (Milinković i sar., 2017). У односу на друге земље оно је значајно више од бројних европских земаља али је истовремено сто бодова ниже од најуспешнијих. Анализа постигнућа на ТИМСС-у омогућава детаљно сагледавање успеха ученика према доменама садржаја као и према кластерима когнитивног домена (знање, примена, резонување): петсто тринаест поена остварено је у домену знања, петсто двадесет један у домену примене и петсто седамнаест у домену резонувања. У области примене знања остварен је значајнији напредак у односу на претходно испитивање. ТИМСС издваја три садржинска домена: бројеви, геометрија и мерење и приказивање података. Анализа показује релативно високо постигнуће ученика у извођењу рачунских операција, познавању својстава бројева, док је ниско постигнуће остварено у подобластима домена геометрије: тачка, права, угао и израчунавање површине фигура. Тренд благог раста приметан је у области приказивање података.

Осим поређења постигнућа ученика ово истраживање омогућава упознавање образовних система земаља учесница, како се припре-

мају наставници, однос ученика према предметима и друге факторе успешности образовних система.

Компаративна анализа наставних програма

У дискусији о наставним програмима која је овде дата ограничили смо се на компарацију наставног програма за разредну наставу математике и одговарајућих курикулума одабраних земаља. Критеријум за селекцију био је, пре свега, успех земље на ТИМСС-у и ПИСА испитивању. Према испитивањима (Martin et al., 2012), процењено је да 78,8% задатака из области математике одговара наставном програму у Србији. Приметимо да се курикулуми различитих земаља које учествују на ТИМСС-у у великој мери поклапају. Договором земаља које учествују на ТИМСС-у одређују се садржаји који ће се појавити на тесту, што нас доводи до закључка да су ови садржаји присутни у већини националних курикулума, а то су: рачунање са природним бројевима (+, -, ·, :), месне вредности цифара, препознавање и запис природних бројева и представљање природних бројева коришћењем речи, дијаграма и симбола, поређење и редослед природних бројева, решавање проблема који укључују ситуације из реалног контекста и оне који укључују мерење, новац, препознавање разломака као делова целине, дела бројевне праве, као и приказивање разломака речима, бројевима и симболима, проналажење броја или операције који недостају у једнакости, креирање једноставних ситуација које укључују непознате са изразима или једнакостима, мерење дужине, препознавање и цртање паралелних и нормалних правих, упоређивање углова по величини (већи и мањи углови од правога угла), класификовање и опис геометријских фигура, израчунавање површине квадрата и правоугаоника, израчунавање површине геометријских фигура, читање података из табела.

Неподударна између наставног програма математике од првог до четвртог разреда основне школе у Србији и садржаја задатака у ТИМСС тесту из математике могу се идентификовати у областима *Бројеви* и *Геометрија и мерење*, док област *Приказивање њогајака* није ни дефинисана у нашем наставном програму за млађе разреде основне школе (*Pravilnik o nastavnom planu i programu za prvi i drugi razred osnovnog obrazovanja i vaspitanja*, 2011, *Pravilnik o nastavnom planu za prvi, drugi, treći i četvrti razred osnovnog obrazovanja i vaspitanja i programu za treći razred osnovnog obrazovanja i vaspitanja*, 2011, *Pravilnik o nastavnom programu za četvrti razred osnovnog obrazovanja i vaspitanja*, 2011). Важећи наставни програм за математику од првог до четвртог разреда основне школе у Републици Србији не укључује следеће садржаје: сабирање и одузимање једноставних разломака, децималне бројеве, уочавање и коришћење образаца (правила), употреба неформалног координатног система за лоцирање тачке у равни, препознавање везе између тродимензионалних фигура и њихових дводимензионалних приказа, осну симетрију и ротацију.

Компаративна анализа програма математике у млађим разредима основне школе више земаља са одговарајућим програмима у Србији показује садржајно неслагање (Stanojević, Milinković, 2013). У упоредном приказу елементарних наставних програма одабраних земаља које остварују посебно добре резултате на овим међународним испитивањима могу се уочити математички садржаји који се по правилу обрађују, а којих нема у наставном програму математике за млађе разреде у Србији (Табела 2).

Табела 2. Приказ курикуларних садржаја који нису присутни у наставном програму за први циклус основног образовања у Србији.

Земља/ област	Скуп природних бројева Скуп позитивних рационалних бројева Рана алгебра	Геометрија и мерење	Приказивање података
Сингапур	Приближне вредности и процене; Процент.	Оса симетрије; Појам изометријских трансформација; Углови са паралелним крацима; Углови многоуглова; Подударност и сличност; Површине и обим троуглова и круга запремина коцке и квадрата.	Цртање и интерпретација графика и табела; Решавање проблема; Средња вредност.
Јужна Кореја	Аритметичке операције сабирање и одузимање разломака са истим имениоцем; Децимални бројеви; Сабирање и одузимање децималних бројева; Одређивање образаца (шаблона); Налажење и извођење правила, одређивање веза између података и решавање проблема; Размера и проценти; Пропорционалност.	Површине троуглова и квадрата, процена; Површина фигура у равни; Однос обима круга и његовог пречника, л, површина круга, површине и запремине лопте и ваљка.	Цртање графика, дијаграма и табела; Својства података и организовање података; Интерпретација промене графика; Дијаграми, пиктограми, интерпретација података.
Хонгконг	Разломци; Децимални запис броја; Проценти; Справе за рачунање.	Запремина; Брзина.	Статистика (пиктограми, бар- графикони и др.).
Јапан	Децимални запис броја и разломци; Изражавање коришћењем децималног система; Приближна вредност бројева; Аритметичке операције сабирање, одузимање, множење и дељење са децималним бројевима, Сабирање и одузимање разломака са истим имениоцем; Сабирање и одузимање коришћењем соробана (јапански абакус); Представљање и истраживање односа између двају бројева или количине као и њихове зависности.	Фигуре у равни (нпр. ромб, паралелограм), односи дводимензионалних и тродимензионалних геометријских фигура кроз активности попут посматрања и цртања ових фигура.	Прикупљање и организовање података у складу са циљем; Представљање података помоћу табеле и графика; Испитивање особине података.

Земља/ област	Скуп природних бројева Скуп позитивних рационалних бројева Рана алгебра	Геометрија и мерење	Приказивање података
Русија	<p>Аритметичке операције са разломцима једнаких именилаца, повезивање разломака са децималним записом, појам децималног броја, месне вредности цифара у децималном запису са једном и два децималама, упоређивање децималних бројева, аритметичке операције са децималним бројевима, представљање децималних разломака у облику децималног записа и обрнуто;</p> <p>Изучавање целих бројева, позитивних и негативних, као и апсолутна вредност броја, рационални бројеви, проценти, упоређивање рационалних бројева, заокруживање бројева и аритметичке операције са рационалним бројевима.</p>	<p>Оса симетрије; Површине паралелограма, трапеза и троугла; Запремина.</p>	<p>Статистика (представљање података у табелама, дијаграмима, графиконима); Средња вредност; Концепт статистичког закључивања на основу узорка; Концепт и примери случајних догађаја; Учесталост могућих догађаја.</p>
Словенија	<p>Појам децималног разломка, децимални запис разломака, упоређивање децималних бројева и заокруживање на тражени број децимала (1, 2 и 3 децимале); Осим операција са разломцима, првенствено се уводе рачунске операције са децималним бројевима, којима је обухваћено чак и множење и дељење два децимална броја, применом на конкретним примерима.</p>	<p>Фигуре у равни и простору; Оријентација у равни и простору; Симетрија; Површина и запремина геометријских тела; Однос између круга, кружнице и кружног лука.</p>	<p>Цртање графика, дијаграма и табела; Прикупљање, организовање и представљање података; Интерпретација промене графика; Дијаграми, пиктограми, интерпретација података; Решавање проблема; Прикупљају и представљају комбинаторне податаке, истражују комбинаторне ситуације и развијају различите методе за решавање комбинаторних проблема (задаци логичког резоновања).</p>

Земља/ област	Скуп природних бројева Скуп позитивних рационалних бројева Рана алгебра	Геометрија и мерење	Приказивање података
Финска	Дељење у размери, појам децималног броја; Однос између разломака, децималних разломака и процената; Сабирање и одузимање разломака, децималних разломака и њихово множење и дељење природним бројем.	Препознавање, објашњавање и именовање дводимензионалних и тродимензионалних фигура; Израда, цртање и односи дводимензионалних фигура и тродимензионалних фигура; Површина и запремина геометријских тела.	Прикупљање и приказивање података, читање једноставних табела и дијаграма; Координатни систем, представљање састављених података као графикана; Решавање проблема; Средња вредност; Концепт и примери случајних догађаја; Учесталост могућих догађаја; Концепт вероватноће.

На пример, у свим наведеним земљама ученици упознају децимални запис броја, појам запремине и баве се приказивањем података у мањој или већој мери.

Са друге стране, постигнуће ученика из Србије није „очекивано лоше“ у задацима из садржаја који нису део актуелног наставног програма (Milinković i sar., 2017). На пример, чак 37,56% тачних одговора дато је на задацима који су се односили на разломке и децимални запис броја, а посебно приближно исти проценат тачних одговара, 34,5%, био је на задацима са децималним записом броја. Слично, у области геометрије проценат тачних одговара у подобласти дводимензионалних и тродимензионалних фигура од 49,55% је само незнатно виши од посебне групе задатака посвећених ротацији и симетрији од 44,6%. Уз то, у подобласти тачке, линије и углови чак 44,23% ученика успешно је решило задатке коришћења неформалног координатног система.

Најзад, ученици из Србије нису у занемарљивом проценту урадили и задатке из области приказивања података која није у наставном програму математике од првог до четвртог раз-

реда. Чак 58,72% тачних одговора дали су ученици из Србије на задацима у којима је тражено да анализирају приказане податке и доносе закључке на основу информација датих у различитим врстама графикана. Милинковић и сарадници (Milinković i sar., 2017) указују да је релативни успех наших ученика можда резултат чињенице да је приказивање података већ интегрисано у садржаје других домена у математици и другим школским предметима као и да је ова област препозната у Образовним стандардима за први циклус образовања из математике (Stanojević i sar., 2010). Тим пре ако се имају у виду налази да се у припремању завршних тестова за први циклус образовања у значајној мери користе ТИМСС искуства, методологија ТИМСС-а, као и типски ТИМСС задаци који су дозвољени за објављивање (Marušić, Kartal, 2016). Како истичу ауторке Ристеска и Јаћимовић, „могућност рада са подацима, као једна од компоненти математичке писмености, неопходан је сегмент опће писмености становника модерног друштва“ (Risteska, Jakimovic, 2014: 31). Наведено иде у прилог залагању да се ови садржаји укључе у наставни програм.

Приказани подаци указују да актуелан наставни програм у Србији има приметан недостатак садржаја у односу на програме земаља које постижу најбоље резултате на међународним испитивањима. Милинковић и сарадници, приказујући постигнућа ученика из Србије на ТИМСС 2015, указују на релативно добро постигнуће ученика на задацима из садржаја који нису у програму, што иде у прилог претпоставци да су ученици спремни да се раније сусретну са неким садржајима (Milinković i sar., 2017). Због тога је оправдано размотрити начине проширивања наставног програма од првог до четвртог разреда основне школе новим тематским садржајима.

Овакве и друге анализе (Lazić, 2015; Milinković, 2015) упућују нас да је примерено залагати се за обогаћивање наставног програма математике у млађим разредима основне школе. Посебно питање је међутим како приступити новим садржајима, односно који методички пут одабрати.

Пропедевтичка настава

Процес основног математичког образовања је сложен и подразумева изградњу, развијање и формирање математичких појмова. Притом, одабир адекватног методичког приступа којим ће се ученици увести у поље „школске“ математике, при коме ће ученици формирати математичке појмове и досегнути планиране стандарде постигнућа, није нимало једноставан задатак за учитеља. Ефикасан методички приступ првенствено мора бити прилагођен когнитивним способностима ученика, његовом начину мишљења и смештен у реални контекст (Lazić, Maričić, 2015; Lazić, Milinković, 2017). Између осталог, потребно га је заснивати на избору великог броја примера, малој заступљености вербалних објашњења и доминантној практичној истраживачкој активности ученика, имајући

у виду математичке појмове који су по својој природи великог степена апстрактности.

Трагајући за јасним аргументима и начиним како да се учење апстрактних математичких појмова приближи ученицима, посебно треба имати у виду општеприхваћени став да се знање гради на претходном знању (Berlin & White, 1995). То значи да је при започињању раног формирања фундаменталних математичких појмова и правила најпогодније уклопити их у ток раније започетог учења појмова или правила, засновати га на претходним знањима ученика, било да су она стечена у процесу претходног учења или на основу искуства детета (Lazić i sar., 2015).

У настави математике у нижим разредима основне школе наставни садржаји могу се увести потпуном обрадом или само пропедевтички (Lazić, 2015; Lazić et al., 2012; Milinković, 2007; Krekić, 2007; Jordan et al., 2006; Watt, 2004). Пропедевтичким учењем (грч. *propaideuo* – претходно поучавање) у основном математичком образовању ученици се правовремено сажето упознају са садржајима који им омогућују самостално и активно учешће у животним ситуацијама. Сматра се да знања стечена на овакав начин рационализују и олакшавају наставак учења математике, посебно у оним садржајима који су пропедевтички обрађивани. Примена пропедевтичког раног увођења математичких појмова и структура, осим „безболнијег“ и ефикаснијег приступа настави и учењу математике у вишим разредима основне школе, знатно доприноси и обогаћивању математичког образовања. На пример, при формирању појма броја, релација и операција значајну улогу играју разни примери и одговарајућа ментална слика која се формира на основу личне и индивидуалне пројекције на објективни, спољни свет. Осим формирања појмова и правила у скупу \mathbb{N}_0 , почев од предшколског узраста, неопходно је његово проширивање већ у млађим разредима основне школе (Lazić & Maričić, 2015). У таквом процесу формирању

математичких појмова приступа се спирално, полазећи од манипулација објектима, дидактичким материјалом, преко истраживања примера, до именовања, дефинисања и симболичког представљања појма. Дакле, можемо претпоставити да већ на почетку математичког образовања и васпитања постоје одређене психолошко-педагошке и дидактичко-методичке потребе и могућности за пропедевтичко увођење садржаја.

Међутим, пропедевтички приступ у основном математичком образовању, иако веома значајан, посебно за млађе разреде, у пракси је недовољно заступљен (Lazić, 2015). Хијерархијски распоред програмских садржаја почетне наставе математике огледа се у степену сложености, који подразумева надређеност, односно подређеност једних другима, будући да су програмски садржаји, једноставнији у погледу количине спознаја, подређени сложенијим програмским садржајима. Међутим, и у таквим условима постоји простор у оквиру програмских садржаја сваког разреда за пропедевтичко учење одређених математичких садржаја који се не налазе у програму а од изузетног су значаја за основно образовање. Притом, треба имати у виду да овакав облик учења захтева компетентног, мотивисаног и креативног учитеља, који ће на одговарајући начин умети да га планира, организује и реализује у наставној пракси, али и прилагођен програм и уџбенике математике који ће бити у складу са принципима оваквог рада.

Проучавајући овакав облик учења математике ради повећања ефикасности наставе и учења садржаја о разломцима у Србији, Лазић (Lazić, 2015) указује на значај и могућности примене пропедевтичког приступа постојећим програмским садржајима о разломцима за млађе разреде основне школе, као и увођење нових. Истраживање је фокусирано на проширивање појма броја са N_0 на скуп позитивних рационалних бројева Q^+ . Између осталог, пропедевтички се

уводи релација поретка и операције са разломцима истих именилаца, скраћивање и проширивање разломака, као и децимални запис са једном децималом и два децималама. Осим тога, резултати добијени у експерименталном истраживању показују да пропедевтички приступ обради садржаја о разломцима у нижим разредима основне школе, заснован на интеграцији садржаја математике, значајно утиче на успешност ученика у самосталном решавању проблемских задатака и примени стечених знања у решавању задатака датих у реалном контексту (Lazić, 2015; Lazić i sar., 2015).

Наведено иде у прилог ставу Глејзера (Glejzer, 1997) да је за побољшање ученичких постигнућа из математике неопходно да настава математике у прва четири разреда буде оријентисана на припрему ученика за усвајање формалних знања у старијим разредима основне школе.

Дискусија и закључци

Релативно добри резултати ученика четвртог разреда и релативно слаби резултати ученика осмог разреда могу се различито тумачити. Може се претпоставити да је један од могућих узрока приказаног (не)успеха последица садржинског и хронолошког неслагања наставних програма од првог до четвртог разреда и од петог до осмог разреда основне школе. Упоредна анализа садржаја ТИМСС и ПИСА и нашег наставног програма показује одређене неусклађености програма за основно математичко образовање у Србији. Компаративна анализа програма математике у нижим разредима основне школе више земаља (Финска, Сингапур, Јапан, Јужна Кореја, Хонгконг, Русија) са одговарајућим програмима у Србији открива више тематских садржаја чије се увођење у Србији, за разлику од других земаља, одлаже за старије разреде, чиме се оптерећује програм старијих разреда, а недовољно уважава потенцијална готовост ученика

млађих разреда да се баве овим садржајима. Један од начина превазилажења тешкоћа у остваривању садржаја старијих разреда представља и пропедевтички приступ постојећим и увођење нових садржаја у нижим разредима основне школе, о чему егземплярно говоре резултати емпиријских истраживања наведених у овом раду.

Првенствено због принципа поступности и тзв. спиралног учења појмова и правила, као и повећања ефеката подучавања и учења, неопходно је растерећење обима одређених садржаја прерасподелом из виших у ниже разреде основне школе. Прераспоређивањем садржаја у вишим разредима ученицима би се омогућило правовремено и поступно учење појмова, правила и процедура. Осим наведеног, тиме би се обезбедио простор прво за повећање броја проблемских задатака, али и за пропедевтички приступ увођењу и других садржаја који недостају или су мање заступљени у програму, а значајни су за основно математичко образовање. У складу са претходном анализом, сматрамо да

би било рационално учинити кораке ка проширивању постојећих и увођењу нових садржаја у програм математике за ниже разреде. Конкретно, заложили смо се за пропедевтички приступ: позитивним рационалним бројевима Q^+ , идејом изометријских трансформација (симетрија и ротација), коришћењем неформалног координатног система, као и графичким приказивањем података. Емпиријска истраживања спроведена у земљи указују на позитивне ефекте овог приступа (Milinković, 2007; Lazić, 2015).

У целини, осавремењивање наставног програма основношколске наставе математике преуређивањем и проширивањем постојећих и увођењем нових садржаја, значајних за даље образовање, омогућило би олакшано подучавање и учење ових садржаја на формалном нивоу од петог разреда основне школе. Овако оправдано можемо очекивати повећање ефеката учења наведених садржаја и у вишим разредима основне школе.

Литература

- Berlin, D. F. & White, A. L. (1995). Connecting School Science and Mathematics. In: House, P. A. & Coxford, A. F. (Eds.). *Connecting Mathematics across the Curriculum – 1995 National Council of Teachers of Mathematics Yearbook* (22–33). Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Close, S. & Shiel, G. (2014). *A comparison of TIMSS 2011 and PISA 2012 mathematics frameworks and performance for Ireland and selected countries*. Retrieved June 27, 2017. from: <https://www.dcu.ie/sites/default/files/smec/pdfs/SClose-A-comparison-of-TIMSS2011-and-PISA2012-mathematics-framework-and-performance-for-Ireland-and-selected-countries.pdf>
- Cross, C. T., Woods, T. A. & Schweingruber, H. (Eds.). (2009). *Mathematics Learning in Early Childhood: Paths toward Excellence and Equity*. Washington DC: National Academies Press.
- De Lange, J. (2006) Mathematical Literacy for living from OECD-PISA perspective. *Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics*. 25.
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A. Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P. Pagani, L. S., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J., Sexton, H. & Duckworth, K. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*. 43, 1428–1446.
- Glejzer, D. G. (1997). Geometrija u školi: problemi i prosuđivanja. *Norma*. III (1–2), 9–18.

- Jablonka, E. (2003). Mathematical Literacy. In: Bishop, A. J., Clements, M. A., Keitel, C. Kilpatrick, J. & Leung, F. K. S. (Eds.). *Second International Handbook of Mathematics Education (75–102)*. Dordrecht, Great Britain: Kluwer Academic Publishers.
- Jelić, M., Đokić, O. (2017). Ka koherentnoj strukturi udžbenika matematike – analiza udžbenika prema strukturnim blokovima TIMSS istraživanja. *Inovacije u nastavi – časopis za savremenu nastavu*. 30 (1), 67–81.
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Nabors, O. L. & Locuniak, M. (2006). Number sense growth in kindergarten: a longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development*. 77 (1), 153–175.
- Kartal, V. P. (2014). Nastavni program kao faktor uspešnosti učenika na međunarodnim testiranjima. *Inovacije u nastavi – časopis za savremenu nastavu*. 27 (1), 94–104.
- Krekić, V. (2007). *Savremene metodičke transformacije elemenata kombinatorike u početnoj nastavi matematike* (neobjavljena doktorska disertacija). Beograd: Učiteljski fakultet Univerziteta u Beogradu.
- Lazic, B., Milinkovic, J. & Petojevic, A. (2012). Connecting mathematics in propaedeutic exploration of the concept of fraction in elementary grades. In: Branković, N. (ed.). *Theory and Practice of Connecting and Integrating in Teaching and Learning Process* (123–137). Sombor: Pedagoški fakultet u Somboru, Univerzitet u Novom Sadu.
- Lazic, B. & Milinkovic, J. (2017). Using multiple representations of fractions to enhance problem solving. In: Novotná, J. & Moraová, H. (Eds.). *14th International Symposium Elementary Maths Teaching: Equity and diversity in elementary mathematics education* (301–311). Prague: SEMT.
- Lazić, B. (2015). *Propedevtičko uvođenje sadržaja o razlomcima u aritmetici za mlađe razrede osnovne škole* (neobjavljena doktorska disertacija). Beograd: Učiteljski fakultet Univerziteta u Beogradu.
- Lazić, B., Lipkovski, A. (2014). Razvoj metodike nastave aritmetike kod Srba, II. *Nastava matematike*. LIX (1–2), 9–15.
- Lazić, B. & Maričić, S. (2015). Propaedeutic formation of the concept of fraction in elementary mathematics education. In: Novotná, J. & Moraová, H. (Eds.). *Developing mathematical language and reasoning – International Symposium Elementary Maths Teaching* (212–222). Prague, Czech Republic: Charles University, Faculty of Education.
- Lazić, B., Maričić, S., Milinković, J. (2015). Propedevtičko učenje razlomaka zasnovano na integraciji sadržaja u početnoj nastavi matematike. *Nastava i vaspitanje*. 64 (4), 679–695.
- Martin, M. O., Mullis, I. V. S., Foy, P. & Stanco, G. M. (2012). *TIMSS 2011 International Results in Science*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College; Amsterdam: IEA.
- Marušić, M. & Kartal, V. (2016). Serbia. In: Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Goh, O. & Cotter, S. *TIMSS 2015 Encyclopedia*. Retrieved December 5, 2016. from [www: http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/encyclopedia](http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/encyclopedia).
- Milinković, J. (2007). *Metodički aspekti uvoda u verovatnoću i statistiku*. Beograd: Učiteljski fakultet.
- Milinković, J. (2015). Od postojećeg ka mogućem matematičkom obrazovanju. U: Radišić, J., Buđevac, N. (ur.). *Sekundarne analize istraživačkih nalaza u svetlu novih politika u obrazovanju* (106–117). Beograd: Ministarstvo prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije i Društvo istraživača u obrazovanju u Srbiji.
- Milinković, J., Marušić Jablanović, M., Dabić Bosiljčić, M. (2017). Postignuće učenika iz matematike; glavni nalazi, trendovi i nastavni program. U: Marušić Jablanović, M., Gutvajn, N., Jakšić, I. (ur.). *TIMSS 2015*

u Srbiji: Rezultati međunarodnog istraživanja postignuća učenika 4. razreda osnovne škole iz matematike i prirodnih nauka (27–50). Beograd: Institut za pedagoška istraživanja.

- Novotná, J. & Moraová, H. (Eds.). *14th International Symposium Elementary Maths Teaching: Equity and diversity in elementary mathematics education*. Prague: SEMT.
- Pavlović-Babić, D., Baucal, A. (2013). *Podrži me, inspiriši me. PISA 2012 u Srbiji: prvi rezultati*. Beograd: Institut za psihologiju.
- *Pravilnik o nastavnom planu i programu za prvi i drugi razred osnovnog obrazovanja i vaspitanja* (2011). Službeni glasnik Republike Srbije – Prosvetni glasnik, br. 10/2004, 20/2004, 1/2005, 3/2006, 15/2006, 2/2008, 2/2010, 7/2010, 3/2011, 7/2011-I i 7/2011-II.
- *Pravilnik o nastavnom planu za prvi, drugi, treći i četvrti razred osnovnog obrazovanja i vaspitanja i programu za treći razred osnovnog obrazovanja i vaspitanja* (2011). Službeni glasnik Republike Srbije – Prosvetni glasnik, br. 1/2005, 3/2006, 15/2006, 2/2008, 2/2010, 7/2010, 3/2011, 7/2011-I i 7/2011-II.
- *Pravilnik o nastavnom programu za četvrti razred osnovnog obrazovanja i vaspitanja* (2011). Službeni glasnik Republike Srbije – Prosvetni glasnik, br. 3/2006, 15/2006, 3/ 2011, 7/2011-I i 7/2011-II.
- Risteska, N., Jakimovik, S. (2014). Uvid u postignuća učenika osnovnih škola u nastavnoj oblasti rad sa podacima. *Inovacije u nastavi – časopis za savremenu nastavu*. 27 (4), 31–43.
- Schmidt, W. (2014). *PISA and TIMSS: A distinction without difference?* Albert Shanker Institute Blog. Retrieved June 27, 2017. from <http://www.shankerinstitute.org/blog/pisa-and-timss-distinction-without-difference>.
- Stanojević, D., Milinković, J. (2013). *TIMSS 2011 – 4. razred matematika: analiza nastavnog programa i zadataka*. Beograd: Institut za pedagoška istraživanja.
- Stanojević, D., Todorović, O., Radunović, D., Kadelburg, Z., Popović, B., Sopić, M., Ognjanović, S., Marinković, Z., Stojsavljević Radovanović, M., Vuković, Lj., Kardum, N., Petrović, S., Madaras, M., Rančić, J. i Brdar, D. (2010). *Obrazovni standardi za kraj obaveznog obrazovanja za nastavni predmet matematika*. Beograd: Ministarstvo prosvete i Zavod za vrednovanje kvaliteta obrazovanja i vaspitanja.
- Swenson, K. (2017). *How similar are the PISA and TIMSS studies?* London: UCL Institute of Education (IOE), University College. Retrieved June 27, 2017. from: <https://ioelondonblog.wordpress.com/2017/12/04/how-similar-are-the-pisa-and-timss-studies/>.
- Watt, M. G. H. (2004). Development of adolescence self-perceptions according to gender and domain in 7th through 11th grade in Australian students. *Child Development*. 75 (5), 1556–1574.
- Wu, M. (2009). A Critical Comparison of PISA and TIMSS 2003 achievement results in Mathematics and Science. *Prospects: Quarterly Review of Comparative Education*. 39 (1), 33–46.

Summary

Student achievement is primarily conditioned by the quality of the curriculum and the teaching process. From the perspective of the modern conception of mathematics literacy, the efficacy of the basic mathematics education in Serbia is reflected in student achievement at international TIMSS and PISA tests. A comparative analysis of the TIMSS and PISA contents and our curriculum has shown that the content of our curriculum for basic mathematics education requires improvement. Moreover, a comparative analysis of mathematics curricula for the lower grades of primary school that are currently in force in many countries (Finland, Japan, South Korea, Hong Kong, Russia, Singapore, Slovenia) with the mathematics curricula in Serbia has revealed chronological and content-related discrepancies. The authors of the paper point out the disproportion in student achievement at TIMSS and PISA tests for the purpose of looking for plausible explanations and exploring the ways of improving mathematics teaching at primary school level. The paper offers a suggestion for modernisation of the curriculum for the primary school grades 1 to 4 by enlarging the current curriculum and introducing new content relevant for further education. Drawing upon the results of the research conducted to this day, the authors recommend a propaedeutic approach in the preparation of students for the adoption of formal knowledge, from the 5th grade onwards. If this approach is implemented, we can reasonably expect better effects of learning of the aforementioned content for grades 5 to 8 of primary school.

Keywords: *TIMSS mathematics, PISA mathematics, propaedeutic learning, mathematics curriculum, teaching mathematics in the lower grades of primary school.*