



2



6



# ИНОВАЦИЈЕ у настави

часопис за савремену наставу

YU ISSN 0352-2334

UDC 370.8

Vol. 19



УЧИТЕЉСКИ ФАКУЛТЕТ  
УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

Адреса редакције:  
Учитељски факултет,  
Београд, Краљице Наталије 43

www.uf.bg.ac.yu  
E-mail: [inovacije@uf.bg.ac.yu](mailto:inovacije@uf.bg.ac.yu)  
Телефон: 011/3615-225 лок. 122  
Факс: 011/2641-060

Претплате слати на текући рачун  
бр. 840-1906666-26 позив на број  
97 74105, са назнаком  
"за часопис Иновације у настави"

Излази четири пута годишње

Министарство за информације  
Републике Србије  
својим решењем број 85136/83  
регистровало је часопис под редним  
бројем 638 од 11. III 1983.

СИР - Каталогизација у публикацији  
Народна библиотека Србије, Београд

37

ИНОВАЦИЈЕ у настави: часопис за  
Савремену наставу / главни уредник Ивица  
Радовановић; одговорни уредник Биљана  
Требјешанин. - Год. 1, бр. 1 (11 март  
1983) - . - Београд (Краљице Наталије  
43): Учитељски факултет, 1983 - (Београд  
: Штампарија Академија). - 24 цм

Тромесечно.  
ISSN 0352-2334 = Иновације у настави  
COBISS.SR-ID 4289026

2 0 6

# ИНОВАЦИЈЕ у настави

часопис за савремену наставу

YU ISSN 0352-2334 UDC 370.8 Vol. 19

**Издавач:** Учитељски факултет, Београд

**Редакција:**

др Ивица Радовановић, главни уредник  
др Биљана Требјешанин, одговорни уредник  
др Недељко Трнавац  
др Радмила Николић  
мр Мирослава Ристић  
мр Зорана Опачић  
Вера Радовић

**Уредник тематског блока:** др Мирко Дејић

**Секретар редакције:** мр Сања Благданић

**Технички уредник:** Зорица Ковачевић

**Лектор и коректор:** мр Слађана Јаћимовић

**Преводилац:** Марина Цветковић

**Дизајн насловне стране:** Драгана Лаџмановић

**Техничка обрада:** Зоран Тошић

**Штампа:** АКАДЕМИЈА, Београд

Иновације у настави налазе се на  
листи научних публикација  
Министарства науке и заштите  
животне средине Републике Србије



# САДРЖАЈ

## ТЕМА БРОЈА: *МЕТОДИЧКИ АСПЕКТИ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ*

Др Саво Ђебић	Геометрија у школској настави математике .....	5
Мр Оливера Ђокић	Улога интуиције у настави геомтерије .....	21
Др Јасмина Милинковић	Репрезентације у настави вероватноће и статистике у основној школи .....	27
Мр Валерија Крекић Пинтер	Савремене методичке трансформације комбинаторике у почетној настави математике .....	37
Мр Маријана Зељић	Методички оквири за разраду математичких појмова .....	49
Др Миодраг Рашковић, Др Небојша Икодиновић	Настава математике - између идеје и рутине.....	57
Др Милана Егерић	Учење математике у малим групама .....	67
Александра Михајловић	Развијање креативности у почетној настави математике.....	76
Др Мирко Дејић	Почеци записивања броја помоћу канапа и штапа .....	82
Др Радован Антонијевић	Појам "знање" и облици знања у настави .....	94
Др Ана Вујовић	Српски еквиваленти језичких средстава за изражавање рестрикције у француском језику .....	105
Јелена Филиповић, Јулијана Вучо, Љиљана Ђурић	Рано учење страних језика у Србији: од пилот модела до наставе страних језика за све .....	113
Др Рајна Драгићевић	О енглеским фразелним глаголима из србистичког угла (приказ књиге) .....	125
Мр Весна Трифуновић	Педагошко-андрагошки аспект вредносних оријентација младих и одраслих (приказ књиге) .....	128
Мр Мирослава Ристић	Управљање у образовању - корисне WEB локације.....	131

## CONTENTS

### THE TOPIC OF THE ISSUE: *METHODOLOGICAL ASPECTS OF TEACHING MATHEMATICS*

Savo Ćebić, PhD	Geometry in teaching mathematics .....	5
Olivera Djokić, MA	Intuition role in teaching geometry.....	21
Jasmina Milinković, Phd	Representations in teaching probability and statistics in primary school .....	27
Valerija Krekić Pinter, MA	Contemporary methodological transformations of combination in basic mathematics teaching.....	37
Marijana Zeljić, MA	Methodological frames for processing mathematical terms.....	49
Miodrag Rašković,PhD, Nebojša Ikodinović, PhD	Teaching Mathematics - Inbetween an idea and routine .....	57
Milana Egerić, PhD	Teaching mathematics in small groups.....	67
Aleksandra Mihajlović	Developing creativity in basic mathematics teaching .....	76
Mirko Dejić, PhD	Beginnings of noting down numbers in the makeshift manner .....	82
Radovan Antonijević, PhD	The term "knowledge" and forms of knowledge in teaching.....	94
Ana Vujović, PhD	Serbian equivavelents of language means for expressing restriction in French .....	105
Jelena Filipović, Julijana Vučo, Ljiljana Djurić	Early foreign language learning in Serbia: from pilot model to teaching everybody foreign languages .....	113
Rajna Dragičević, PhD	On English phrasal verbs from Serbian point of view (Review of the book) .....	125
Vesna Trifunović, MA	Pedagogical-andragogical aspects of value orientations of the young and adults (Review of the book).....	128
Miroslava Ristić, MA	Management in eduacation - Useful WEB sites.....	131



Др Саво Ђебић  
Учитељски факултет, Београд  
Наставно одељење у Вршцу

Изворни  
научни чланак

## Геометрија у школској настави математике

**Резиме:** Наследство геометрије има дугу традицију. Од Платона па до данас геометрија је саставни део наставног градива у школама остварење образовног карактера. Остварење је познато чињеница да већина ученика нема интерес за геометрију, а знање ове математичке дисципилине се налази на неподесном нивоу. О томе говоре и учитељи, и наставници, и професори факултета, и родитељи, и сами ученици. Један од циљева овога рада је да укаже на узроке који су довели до занемаривања геометријских садржаја у настави математике. Посебно су разматрани задаци и циљеви наставе геометрије. Истакнути су разлоги због којих би требало повесити оштару и ефикасну борбу против запослављања геометрије у школској настави математике.

**Кључне речи:** математика, геометрија, настава, методика.

### О предмету геометрије

Геометрија је математичка дисциплина која строго проучава простор и облике (фигуре и тела) који се могу замислити. У етимолошком смислу, реч геометрија значи "мерење Земље" (грчки: γεω - земља, μέτρω - мерим; дословно: (γεωμετρία - земљомерство), али је веома рано примила много шире значење, па је код старих грчких класичара представљала скоро целину теоријске математике. Много касније Паскал (Blaise Pascal, 1623-1662, француски математичар, физичар и филозоф) рекао је да је "предмет чисте геометрије простор", подразумевајући

под тим, као и остали математичари XIX века, интуитиван и физички простор, где се могу сместити све видљиве појаве. Данас се више не говори о простору већ о просторима, те би приближна дефиниција геометрије била: "Геометрија се бави проучавањем скупа названог простор чији су елементи названи тачке; ово проучавање је нарочито посвећено ендоморфизмима овог скупа." ([10], 54).

Као део математике, геометрија обухвата разне и обимне математичке теорије. Свуде је реч о просторним односима. Свуде се полази од просторних представа,

па и онда када се те представе напуштају. У геометрији се проучавају особине тела, површи, линија, каквих било геометријских ликова, а које се односе на положај, облик, величину. При томе се у геометрији не посматра кретање у току времена, па ни остале особине тела, као што су, на пример, топлина, еластичност итд. Истина, понекад се у геометрији говори о кретању, али то је само ради погоднијег описивања чисто геометријских односа, као што је подударност. Апстрахује се, дакле, од времена и од разних других особина, којима се, напротив, бави физика и друге природне науке и њихове математичке теорије.

Кад кажемо, на пример, да је у правоуглом троуглу квадратна површ над хипотенузом једнака збиру квадратних површи над обема катетама, апстрахујемо од околности да су троуглови, које налазимо, цртамо или градимо у свету, од разног материјала и у разним бојама, да су, на пример, нацртани кредом на школској табли, и да је тачност којом су остварени увек ограничена, итд. Чињенице искуства улазе у геометрију мисаоно прерађене. Свака нацртана тачка има своју величину и није "геометријска тачка", о којој претпостављамо да уопште нема величине. Раван неког стола је ограничена рубом стола и равна је само док се овлашно посматра, а "геометријску раван" замишљамо неограниченом и савршеној равном.

Додајмо да се у геометрији, штавише, често апстрахује и од самих геометријских својстава природног простора, разрађујући разне врсте геометрија, које више не одговарају нашим просторним представама.

## **Индуктивни и дедуктивни пут изградње геометрије**

У процесу мишљења којим појединац, а у крајњој линији и човечанство, долази до открића научних истине истичу се два пута, односно две методе. Једна је *индуктивна*, а друга *дедуктивна*.

Како чињенице искуства улазе у геометрију мисаоно прерађене и разрађене, био је у прошлости дуг пут до геометрије као логичке, математичке науке. Ако потражимо како се током историје човечанства развијала геометрија, наћи ћемо да је дуго црпела своја сазнања непосредно из искуства. Таква је била геометрија старих култура Месопотамије и Египта, пре Грка, дакле од почетка историје до отприлике седмог столећа пре наше ере. Није се можда ни мислило на то да се удео посматрања разлучи од удела размишљања и вођство преда самом размишљању. Тада је геометрија била првенствено искуствена, *емпириска наука* (грчки: εμπειρία - искуство). Она је уводила у своја сазнања (која су сва мање-више општег карактера) полазећи од појединих чињеница посматрања (које су увек посебног карактера). Дакле, била је уједно *индуктивна наука* (латински: inducere - уводити).

Посматрајмо, на пример, став према коме се три симетрале страница једног троугла секу у једној тачки. У тачност овог става можемо се уверити самом конструкцијом. Нацртајмо било какав троугао. Затим одредимо средишта његових страница. Ако је цртеж доволно тачан, видећемо непосредно то што став тврди. Ово је пут непосредног опажања, искуства. Могло би се рећи да смо цртањем извршили један геометријски оглед. Пут је индуктиван, јер из једног конкретног случаја (из слике) закључујемо да став важи у свим случајевима. Строжије

узето, индуктивна метода би захтевала да исту конструкцију поновимо више пута, бирајући троуглове разних облика и величина и да тек на основи свих тих "огледа" закључимо да је општи став тачан.

Строго узевши, индуктивна метода не даје довољан доказ онога што се тврди. Само искуство не казује зашто је онако као што се тврди, ни зашто не може бити друкчије. Тачност сваког цртежа је уосталом ограничена и дешава се, рецимо, да се у слици три праве не секу у једној тачки ма да се у истини секу. Логички доказ једини је поуздан и, штавише, довољан. У поузданости и, такрећи, потпуном разјашњењу, коју пружају логички докази можемо видети један од мотива који су још у давна времена гонили људе да геометрију изграде у логичку науку.

Још и данас, посебно у школској настави, геометрији се приступа као збирци мање-више очигледних чињеница, учећи прво како да се из поједињих опажања образују индуктивним путем општи геометријски закључци. То је у настави оправдано. Па и касније, сваку геометријску слику коју смо нацртали да бисмо се лакше снашли у решавању неког геометријског задатка, можемо сматрати остатком индуктивне, емпиријске методе. Свака геометријска слика је *геометријски оглед*. Као што се, на пример, у експерименталној физици утврђује Архимедов закон - да тело у течности губи од своје тежине онолико колико је тешка истиснута течност - тиме што се изведе дотични оглед, а не низом логичких закључчака (што је такође могуће, али је то предмет теоријске, математичке физике), тако се у геометрији може нацртати слика или (у стереометрији) саградити модел, да би се лакше увидела нека геометријска истина. Слика и модели су

посебни, конкретни предмети, али наше расуђивање има опште значење. Сваки геометријски став исказује једну општу чињеницу, која се око нас остварује безброј пута, или би се могла остварити, на разне начине, са мањом или већом тачношћу.

Вероватно се врло давно почело наслуђивати да геометријске истине стоје у нарочитој узајамној зависности, која се открива пажљивим расуђивањем. Погледајмо, на пример, такозвани "други" став о подударности троуглова: "Два троугла су подударна ако имају подударне по једну страну и обаугла, налегла на ту страну". Можемо се уверити у тачност тог става и непосредно, ако конструишимо, рецимо од картона, два троугла на којима су остварени услови става, па их пренесемо један на други тако да се поклопе елементи који су по претпоставци подударни. Тада се непосредно види да се оба троугла потпуно подударају. Извршен је, у ствари, оглед и став је њиме потпуно потврђен. Поступак је емпиријски индуктиван. Но, уместо тога можемо се уверити у тачност овог става и путем који нас ослобађа потребе да начинимо два троугла на описани начин па да их преносимо један на други, али под условом да смо већ утврдили такозвани "први" став о подударности троуглова. На основу тог "првог" става можемо, наиме, на познати начин доказати самим логичким расуђивањем "други" став о подударности троуглова. (Стржије посматрано, треба претпоставити још извесне ставове, али можемо имати у виду упрошћен доказ какав се учи у школској настави математике). Дакле, "други" став о подударности троуглова следи логички из "првог" става о подударности троуглова. Исто тако могао би се самим расуђивањем доказати и "први" став о подударности троуглова кад би се пошло од "другог" става. Између оба става

постоји узајамна логичка зависност. Такве логичке везе постоје међу свим ставовима геометрије, простије или сложеније.

У изналажењу те логичке повезаности састоји се такозвана метода *логичке редукције* у геометрији, тј. свођења једног става на друге, доказивањем на темељу тих других ставова (латински: *reducere* - сводити). Но, логичка редукција карактерише геометрију тек ако се изводи систематски, тако да се ставови геометрије поставе у известан низ и у том низу сваки став докаже на темељу ранијих ставова тога низа. Кад се тако геометријски ставови изводе логичким расуђивањем једни из других, каснији из ранијих, идући извесним редом, геометрија постаје *дедуктивна наука* (латински: *deducere* - изводити).

Тек у старој грчкој култури, у сразмерно кратком времену, углавном од 6. до 4. столећа пре наше ере, геометрија се јавно развила у дедуктивну науку, која се са својих темеља подиже самом логичком нужношћу. Дедуктивна метода је оно што више од свега другога карактерише не само геометрију, него математику уопште.

Да би се геометрија изградила доследно својој методи, као строго дедуктивна наука, њено излагање треба да буде независно од наших геометријских представа. Њен садржај треба да остане на снази и ако се одрекнемо потпуно просторних представа и задржимо једино "празне" логичке односе, садржане у њеним судовима и закључцима. То је виши степен апстракције од онога на коме се, додуше, одричемо конкретности предмета у простору, али још се држимо геометријских представа. Њиме се одликује аксиоматско излагање геометрије.

Иако се, у школи, не може говорити о строгом дедуктивном излагању геометрије, јасно нам је да, без обзира на степен стро-

гости, цела геометријска материја мора бити изграђена на одређеном систему аксиома, па се или тај систем наводи у целини на самом почетку излагања (што је, за школску наставу, лошија варијанта) или се током излагања местимично инфильтрирају поједине аксиоме као и групе аксиома.

Када говоримо о избору система аксиома за школски курс, морамо одмах рећи да за то, практично, нема ширих могућности, али се увек могу вршити извесне модификације познатих аксиоматских система и комбинације које се образлажу специфичношћу излагања ученицима одређеног узраста.

### **Циљеви наставе геометрије**

*"Геометрија је најмоћније средство за изоштаравање наших умних способности и даје нам могућност да правилно мислимо и расуђујемо"*

*Галилео Галилеј (1564-1642)*

Садржај и карактер математичког образовања не остаје непромењив и у знатној мери је одређен стањем математичке науке, али у првом реду оним циљевима које образовању поставља друштво. Настава треба да садржи оно што ће касније бити потребно у животу, што ће развити ширину и самосталност мишљења ученика, али и оно што ће створити навику да се стечено знање искористи у разним ситуацијама у пракси. Веома је важно одгајивати у свести ученика ону основну идеју да је циљ научног развитка сазнавање света који нас окружује и даље искоришћавање упознатих законитости у практичној делатности. А кад је реч о настави геометрије, тада је од изванредног значаја не само да се покаже логичка завршеност њене структуре него и њене мно-

губитојне везе са праксом и неизбежност њеног коришћења као најдрагоценјег средства сазнања.

Опште је позната чињеница да већина ученика нема интерес за геометрију, а знање ове математичке дисциплине се налази на недопустиво ниском нивоу. О томе говоре и наставници, и професори факултета, и родитељи, и сами ученици. Истраживања која су 2001. и 2002. године обављена у основним школама градских општина града Београда и основним школама са територије јужног Баната показала су да ученици од свих садржаја наставе математике најмање интересовање показују за геометрију. Један резултат ових истраживања посебно истичемо: интересовање за геометријске садржаје обрнуто је пропорционално узрасту ученика. Аутор овога члanka је у претходне три деценије, из године у годину, био члан разних комисија и жирија за преглед и оцену ученичких радова из математике, како на пријемним или класификацијоним испитима, тако и на математичким такмичењима. Пратећи посебно резултате ученика у решавању задатака из геометрије дошао је до следећег податка: задатке из геометрије покушава да реши око 40% ученика. Од њих успешно задатке реши свега једна трећина. Посебно су карактеристични резултати класификацијоних испита за упис у средњу школу. Делови тестова из математике који се односе на геометријске садржаје (по правилу су то последњи задаци у тести) углавном су недирнути.

Наравно, можемо навести много узрока који доводе до овако јадних резултата. Најважнији од њих је *деформација водећих циљева наставе геометрије у школи*. Какви год да се циљеви декларишу у програму и многобројним методичким упутствима, школски уџбеник и традиција у настави коју је углавном формирала методоло-

гија и методика сталног уџбеника доводе је до представе да је основни циљ наставе геометрије развијање логичког мишљења код ученика. Штавише, тај циљ хипертрофише и претвара се у задатак недостижан на раном степену обучавања, задатак да се код ученика формира аксиоматски начин размишљања. Због тога, развој логичког мишљења постаје фактички не само основни, него у суштини једини циљ наставе, одузимајући тиме и ученицима и учитељима снагу и време.

Несумњиво је да постоје суштинске разлике између захтева које о знању и умећу ученика предвиђају образовни стандарди, и оног нивоа геометријског развоја који друштво очекује од савременог културног човека, који жели да постане инжењер, техничар или квалификован радник. На овај друштвено потребни ниво знања, додатне захтеве налаже концепција непрекидног образовања. Није тајна да се геометријски развој може сматрати најважнијим фактором који омогућује спремност човека за перманентно образовање и самообразовање у најразличитијим областима људске делатности.

Ако се замислимо над суштином геометријског образовања, постаје јасно да су његови циљеви разнолики и садржајнији него што је пуко савладавање одређеног конкретног обима знања, умећа и навика, које се одиграва на подлози декларисаног "над" задатка курса - развоја логичког мишљења. У вези са тим желимо да подвучемо да геометрија нема и не може имати монопол у развоју логичког размишљања, она нема монопол над апстракцијом. Појмови  *маса, сила, брзина, најон*, и други, представљају идеализацију физичке реалности приближно истог нивоа апстракције као и геометријски појмови

*тачка, права, простор* или појмови из анализе број, релација, функција.

Геометрија је заступљена у свим наставним програмима за математику од првог разреда основне школе, па до, у неким школама, четвртог (завршног разреда) разреда средње школе. То већ довољно говори о месту и значају геометрије како у настави математике у основној и средњој школи тако и у целокупном програму образовања и васпитања. Учешће геометрије у наставним плановима и програмима потврђује познату чињеницу о органској повезаности геометрије са многим основним нашим сазнањима о свету у којем живимо, па отуда и са низом области науке и праксе које су као посебни предмети ушле у школске програме.

Друштвено потребне циљеве наставе геометрије можемо схватити као органску синтезу *општекултурних, научних* (карактеристичних геометријских) и *примењених* циљева. И ако су научни и примењени циљеви наставе геометрије мање-више јасни, општекултурни су сведени само на развој логичког мишљења. Свакако, општекултурни циљеви наставе геометрије у првом реду подразумевају свестрани развој мишљења ученика. Не само вербално-логичког мишљења, већ у не мањој а можда и већој мери *очигледно-делатног* (практичног) и *очигледно-одразног*. У активном развоју ове последње две врсте мишљења мора се појавити специфичност предмета, који изучава особине тродимензионалног еуклидског простора који се у малом на Земљи не разликује много од геометрије реалног физичког простора и сасвим обезбеђује нашу земаљску егзистенцију и инжињерско-техничку активност. Извесно је једно - да је Њутн своју рационалну механику засновао на основним појмовима: на тачки, правој, равни (значи, геометрији), на маси, сили (значи, ди-

намици); извесно је да се основни појмови не могу дефинисати (могу се само описивати) и да су надграђени над искуством. Извесно је да је Њутн своју механику засновао на геометријским мерењима и мерењима времена. Геометрија мерења коју он користи Еуклидова је (у то време друге геометрије нису биле познате, а, уосталом, и да јесу - оне само исте чињенице изражавају на други начин). Поенкар (Henri Poincaré, 1854-1912, француски математичар) [11] је сасвим исправно закључио да је "Еуклидова геометрија најпогоднија и да ће таква и остати" и да се, уопште узев, добро слаже са природом чврстог тела, "Па, дакле, кад не би било чврстих тела у природи не би било ни геометрије". Данас, на темељу астрономских опажања, знамо да је Еуклидова геометрија добра апроксимација геометрије свемира (у распону од  $10^{28}$  (cm) -  $10^{-13}$  (cm)). Из овога следи да у настави геометрије морамо код ученика упорно да тежимо развоју интуиције, просторног и логичког мишљења, као и формирању њихових конструктивно-геометријских умећа и навика.

Дакле, друштвено потребни резултати наставе геометрије могу бити достигнути само ако не затворимо курс у оквире научних, чисто геометријских циљева, већ га изведемо на такав начин да у органској вези ефективно развија код ученика особине интелекта као што су:

- геометријска интуиција (о одразу, конструисању, особинама, методама конструкције и доказивања);

- просторно мишљење (једно-, дво- и тродимензионалне еуклидске представе и просторне апстракције, њихова општост, покретност, стабилност, анализа и синтеза геометријских одраза, просторна имагинација);

- логичко мишљење (геометријски појмови и опште појмовне везе, владање правилима логичког извођења, разумевање и памћење конкретних доказа, владање разним методама геометрије);

- способност за конструктивно-геометријске активности (схватање суштине скаларних величина, познавање начина увођења растојања у тродимензиони еуклидски простор, умеће одређивања, мерења и израчунавања дужина, површина и запремина геометријских фигура и њихових других елемената, умеће цртања геометријских фигура и извођења геометријских конструкција, моделирања и конструисања геометријских објеката);

- владање макар у минималном обиму *символичким језиком геометрије* (разумевање геометријских симбола, умеће симболичког записивања решења и доказа).

### ***О задацима у йочешној настави геометрије***

Увођење у геометрију је процес систематског упознавања с геометријским фигурама и њиховим својствима и односима, процес систематског развијања смисла за геометријску апстракцију и поступног развијања способности дедуктивног закључивања и функционалног расуђивања везаног за геометријску материју. Тај процес није краткотрајан, и ми нисмо и не можемо бити у стању да утврдимо његов почетни тренутак, исто као што немамо могућности да оценимо после којег се времена он успешно завршава, јер он започиње у дечјој свести свој стихијни развој још пре поласка детета у школу, а понекад не успева да достигне потребан ниво ни у последњем разреду основне школе, што зависи и од програма, и од ученика, и од наставника. Садржај и методе

остваривања наставе геометрије у школи су перманентно предмет студиозних истраживања.

Увођење у геометрију је процес чије трајање многи ауторитативни стручњаци различито схватају: док су једни мишљења да је за то увођење доволно првих шест година учења, други сматрају да је за то потребно осам година, а има их који оцењују да за то није много ни десет година учења. Све те оцене засноване су на чињеници да се увођење у геометрију завршава на месту где почиње строго изучавање геометрије (утврђивање тог места зависи од низа параметара, а није лишено ни субјективних оцена); отуда и таква разлика у схватању колико треба да траје увођење у геометрију.

На светском конгресу математичара 1958. године у Единбургу Интернационална комисија за наставу математике је свој велики симпозијум посветила теми "Увођење у геометрију за ученике од 7. до 15. године", за који су пуну годину пре тога све земље чланице - међу њима и наша земља - припремале своје националне реферате, а генерални реферат "Увођење у геометрију" у секцији за наставу математике поднео је истакнути холандски тополог Ханс Фројдентал (Hans Freudenthal). Тада реферат је израђен на основу реферата националних подкомисија Интернационалне комисије за математичку наставу. То је било у време када је, у предмету *математика, геометрија* у целини изучавана као посебна дисциплина (често и са посебним уџбеником и збирком задатака) и када је, као заједничко свим земљама, било утврђено да строго изучавање геометрије у школи сигурно не почиње и не треба да почиње пре 16. године старости ни у једној земљи. Од тог конгреса дели нас скоро пола века. За то време су дошли до израза, а у неким земљама и до остварења у

школској настави, многе нове идеје о геометрији уопште и геометрији у школи посебно. Али, и поред свега тога, без обзира на то како се третира геометријска компонента у настави математике, остаје увођење у геометрију као једна неопходна, незаобилазна припрема, али значајна и садржајна етапа у општем математичком образовању које ученици стичу у школи.

Битно питање геометрије и као науке и као наставне дисциплине јесте однос *реалност - геометријска апстракција - реалност*. На релацији реалност - геометријска апстракција, *прва основна поставка* од које се у основној школи мора поћи при увођењу геометријских појмова и која има свој дубоки филозофски смисао јесте *реално Јорекло Јојмова, њихов извр у реалност*.

Шта за нас, у почетној настави геометрије, значи та реална подлога на којој се изграђују геометријске апстракције? Ако бисмо доносили суд на основу програма и на основу уџбеника, ту подлогу чине разноврсни модели (најчешће предмети из наше окoline), а ако бисмо га доносили на основу школске праксе, то је позивање на искуство о простору које се стиче у свакодневном животу; прва полазна тачка и јесте то искуство, на које се рачуна и онда кад се то не помиње изричito.

У вези са наведеном поставком, *први задатак* у почетној настави геометрије треба да буде *систематизовање и обогаћивање посебног искуства о простору и истовремено уочавање извесних геометријских елемената*. Разуме се, тај задатак се реализује поступно, чак и с повременим враћањем на извесна питања ради њихове потпуније обраде, што је све у зависности како од програма тако и од узраста ученика.

Наведимо, одмах, и *други задатак* у *почетној настави геометрије*: *постављање, или не и бојажљиво, ослобађање и обогаћивање геометријске имагинације ученика, као први услов за развијање даљих геометријских апстракција и просторне интуиције у свести ученика*.

Остављајући засад по страни релацију геометријска апстракција-реалност, о којој ћемо говорити нешто касније, истаћи ћемо другу основну поставку која треба да уђе у темељ наше почетне наставе геометрије: *својим садржајем и својим уградајућим нивоом почетна настава геометрије треба да послужи као доволна основа за наставу геометрије у средњој школи*.

Из овога произилази  *трећи задатак* у почетној настави геометрије: *треба настављати да се, у границама које диктира узрасност ученика, увођење, дефинисање и обрада геометријских појмова изведу што је могуће коректније и уз употребу прецизне терминологије*.

За другу поставку везан је и *четврти задатак* у почетној настави геометрије: *постављање способности за функционално расуђивање и логичко закључивање*.

Релација геометријска апстракција-реалност *прве основне поставке*, непосредно нам поставља *четврти задатак* у почетној настави геометрије: *развијање способности уочавања геометријских својстава и геометријских односа на конкретним објектима и развијање способности примењивања стеченог геометријског знања*.

После овог сажетог прегледа можемо прећи на потпуније разматрање наведених питања.

Помињући прво питање (систематизовање и обогаћивање искуства о простору у којем живимо и истовремено уочавање из-

весних геометријских елемената), морамо одмах нагласити да је то несумњиво најбољи и најсадржајнији пут од конкретне реалности ка геометријској апстракцији. Такође морамо истаћи да, како то наши уџбеници показују, досад тај пут код нас није искоришћен како треба.

Како нам наша школска пракса показује, кад се имају у виду прве четири године геометријске наставе, она је показала одређене резултате када су у питању просторне фигуре, а скоро потпуно су запостављени *просторни односи - који представљају и најзначајније бољаистично геометријске наставе*.

Овакво стање ствари мора нас у највећој мери забрињавати јер представља најозбиљнију сметњу за успешан почетак наставе геометрије у петом разреду основне школе; тај почетак мора се заснivати на извесном претходно стеченом геометријском искуству ученика. Не заборавимо да садржај геометријске културе ученика на почетном ступњу чини не само геометријско знање него и геометријско искуство, и то ово чак у већој мери, јер на том ступњу морамо да се одрекнемо многих настојања за строгошћу излагања и позивамо се на облик, величину и односе конкретних просторних објеката.

Реална основа с које се полази приликом увођења геометријских појмова не мора бити увек искључиво приказана ученицима помоћу модела; напротив, конкретна ситуација из које изводимо геометријске закључке или која нам служи за геометријска разматрања може се представити и цртежом као посебном врстом модела код којег већ постоји геометријска стилизација, исто као што се у сећању ученика може изазвати одговарајућа слика а ученикова машта подстаћи да одговарајућу ситуацију замисли, и у томе се већ огледа један степен

развијености геометријске имагинације. Природно је рачунати с тим да се, упоредо с већим узрастом ученика, позивање на геометријску имагинацију свесно и све више користи, чиме није искључено и коришћење модела; развијена геометријска имагинација представља значајан квалитет у општој геометријској култури ученика, па је зато треба систематски неговати, усмеравати и, нарочито, ослобађати уске везаности за равне геометријске фигуре.

Не можемо заобићи ни питање избора конкретне ситуације за полазну основу приликом увођења одређеног геометријског појма. Очигледно, тај избор није и не може бити произвољан нити до краја остављен укусу наставника и писца уџбеника, већ је условљен следећим моментима:

- а) конкретна ситуација треба да буде целисходна;
- б) она треба најкраћим путем и што је могуће непосредније да омогући уочавање одређеног геометријског својства неког скупа тачака;
- в) треба да буде у што је могуће мањој мери оптерећена споредним елементима;
- г) треба да се заснива на учениковом геометријском искуству и знању или његовом искуству о простору.

Други задатак: поступно ослобађање и обогаћивање геометријске имагинације ученика као први услов за развијање просторне интуиције и даљих геометријских апстракција у њиховој свести, захтева много пажње од стране наставника не само приликом увођења нових појмова и при њиховој обради него и при избору задатака које он задаје за домаћи рад. Такви задаци, са чисто геометријским садржајем, треба у највећој мери да испуне програм рада у школи

и код куће; без тога се геометријска институција тешко развија.

Пређимо сада на трећи задатак у почетној настави геометрије: увођење, дефинисање и обраду геометријских појмова извести тако да се касније не морају кориговати или чак и одбацити као нетачни и заменити прецизним појмовима.

И то је једно веома осетљиво питање које се може проучити независно од садржаја програма, јер, ма какав био тај садржај, неки геометријски појмови морају се уводити, дефинисати и обрадити. Разуме се, та независност није потпуна ако се у програму захтева одређен начин увођења извесних појмова.

Морамо одмах нагласити да се, на почетном ступњу, увођење неких појмова разликује од увођења тих истих појмова у дољно строгом излагању. На почетном ступњу се, у ствари, за неке појмове уводи само одговарајућа представа, али ни тада не сме доћи до било каквог искривљавања односног појма. Што се тиче дефинисања појмова - мислимо на оне који се на 1. ступњу могу и које треба дефинисати - не треба никад избегавати строгу дефиницију и треба настојати да је ученици схвате и да је знају и упамте без икаквих додатака и "украса".

Прецизна и јасна дефиниција коју, кад је то могућно, после извршене потребне припреме наставник исказује у најсажетијем облику (може се изградити читава методика сазревања сазнања о таквој дефиницији за сваки појам појединачно), таква дефиниција само помаже и наставнику и ученику као сигуран ослонац и, елиминишући све дескрипције, у које се неминовно уплићу извесне произвољности, представља снажан елемент позитивног геометријског васпитања.

У дефинисању геометријских појмова не може бити произвољности. Погледамо ли

на то питање одозго, с научног становишта, биће нам јасно да дефиниције сачињавају један од битних елемената аксиоматске структуре и да, као такве, подлежу строгим законима који за такву структуру важе.

Исто тако, немамо права да за школску употребу уводимо неке посебне дефиниције или чак и да значење једног опште усвојеног термина неосновано сужавамо или проширујемо, као што немамо право ни да (за школску употребу, истичемо) уводимо неке нове термине.

Поменимо узгред и нашу геометријску фразеологију. Она је доста несрћена и понекад архаична; њен једини задатак је да повезује и тумачи геометријске термине логично и, с језичке стране, коректно. Потреба за пречишћавањем и обогаћивањем те фразеологије подстиче на тражење бољих решења, те стога није чудно што се у том тражењу понекад предлажу и решења која нису најсрћније нађена. Стога истакнимо пре свега и изнад свега онај основни принцип поштовања научне коректности: да не стварамо за школу подешене термине и не измишљамо за школу појмове којих у науци нема нити су у науци потребни.

Кратко речено, треба да се односимо према научним појмовима онако како то само зналац може чинити, а све своје креативне напоре да усмеримо на изналажење путева којима се сваком поједином појму у настави намењеној деци одређеног узраста најприродније и најлакше прилази, и на изналажење метода којима се сваки поједини појам најпотпуније обраћује.

*Четврти задатак* у настави геометрије је: поступно развијање способности за функционално расуђивање и логичко закључивање. Нико од нас и не сумња у то да тако осетљив процес као што

је развијање наведених форми мишљења неопходно захтева обазривост и поступност, а истовремено у што је могућно већој мери систематско уклапање у геометријску материју. Кад говоримо о логичком закључивању, мислимо при том на дедукцију, на кратке низове дедуктивних закључивања, за које већ у основној школи постоје извесне могућности.

*Пејчи задатак* у почетној настави геометрије је, као што смо раније истакли, развијање способности уочавања геометријских својстава на конкретним објектима и примењивање стеченог геометријског знања. Овај задатак се првенствено и систематски реализује решавањем одабраних геометријских задатака у школи и код куће, и то целиснодно изабраних занимљивих задатака који ће привући интересовање ученика и већ самим тим дати подстицај њиховој геометријској машти.

За реализацијање наведених задатака први услов је подједнака стручна и методска оспособљеност наставника. Али иако још увек постоје извесне празнине, "недовољна стручност" баш није оно што отежава извођење наставе геометрије, јер наставник зна програмски материјал. Тешкоће потичу (поред традиционалних методских слабости) углавном отуда што наставник, најчешће, нема један шир, односно суштински поглед на геометрију као науку, па следствено ни на њу као наставни предмет. Он зна чињенице, али не и њихову повезаност. Он зна конструкције, али не и њихову суштину; зна формуле и њихово извођење, али не и њихово порекло. Он зна садржај, али не и методе. Отуда - да се фигуративно изразимо - настава геометрије представља, врло често, не зидање једне солидне зграде, него подизање појединачних колибица, које и најслабији ветрови руше лако и брзо. И од силног труда,

и наставниковог и учениковог, остану, најчешће, само трагови.

### **О проблему геометрије у нашим школама**

У нашим основним и средњим школама у настави математике поставља се тежиште на алгебру, аритметику и математичку анализу, док се геометрија у доброј мери запоставља. Иако има професора и наставника математике, који схватају штетност такве праксе и боре се против ње, ипак је запостављање геометрије код нас општа појава, која забрињава, јер су последице далекосежне и не дају се лако отклонити.

Два су главна узрока овој појави у нашој школској настави математике. Генерално посматрајући, у школама је лакше предавати све друге математичке дисциплине него геометрију. У алгебри, математичкој анализи итд. за део наставника једина су наставна средства креда и сунђер. У настави геометрије и најгори наставник је присиљен да поsegне и за другим наставним средствима: прибором за цртање, моделима итд. У геометрији далеко више до изражaja долази и практични рад ученика: разна мерења, израда наставних средстава, цртежа и слично. У другим математичким дисциплинама, лакше него у геометрији, могу се постићи често привидно и блистави (иако у својој суштини формалистични) резултати: вешто рачунање, решавање компликованих једначина и томе слично. Све то делује тако да део наставника тежиште рада ставља на све друго сем на геометрију коју обрађује тек толико, да у минималној мери и формално задовољи наставне програме. То се види и по томе, што је у оним деловима геометрије, који се претежно служе аналитичком методом (тригонометрија и аналитичка геометрија), ситуација много боља, те проблем

запостављања постоји стварно само у ПЛАНИМЕТРИЈИ и, нарочито, у СТЕРЕОМЕТРИЈИ. Због тога ће се ова разматрања надаље углавном одностити на ове две геометријске дисциплине.

Велики је број наставника који запостављају геометрију из неразумевања. Они, као и ученици и већина школованих људи уопште, мисле да су друге математичке дисциплине важније и вредније, јер се, тобоже, више примењују у практичном животу. Примене геометрије нису тако непосредне и видљиве великом броју људи као примене рачуна, математичке анализе, графика итд. Због тога се мисли да је општеобразовна вредност геометрије мања.

Не треба занемарити и чињеницу која се веома лако да проверити:: међу наставницима математике запрепашћујуће је велики број оних који "не воле" геометрију. Једни се правдају да не воле да предају ученицима геометријске садржаје јер не постижу никакве резултате, док други своју незаинтересованост за геометрију правдају властитим образовањем. Међутим, овде се крије једно те исто: овакви наставници математике уопште не разумеју геометрију, као ни њену улогу у образовању или, другачије речено, онако како би то обично рекли ученици: они не знају геометрију.

Осим ових, субјективних, постоје и објективни узроци запостављања геометрије. Извођење геометријских цртежа и конструкција на школској табли (посебно ако је прибор стар и покварен, а табла лоша) односи много времена. Задаци из геометрије своде се обично на извођење лакших и специјалних теорема, обрата и последица тих геометријских конструкција. Такви задаци су ученицима по својој природи тешки и, такође, траже много времена. Овоме треба додати и једну ученичку калкулацију: будући

да су садржаји из геометрије у мањини у односу на остале, такав је и број оцена, те ће евентуалне негативне оцене из геометрије бити анулиране позитивним оценама из осталих садржаја. То је последица тога што се, већ поодавно, у нашим школама геометрија не предаје као посебан наставни предмет. Но, ово је проблем чији узрок треба тражити негде другде.

Размотримо: какве последице могу настати из оваквог односа наставника и ученика према геометрији.

Као што је познато, геометрија је настала и развила се из свакодневних практичних потреба људи. Она је класичан пример како се и најапстрактнија знања и науке рађају из животних потреба људи. Студирање те чињенице врло повољно утиче на формирање научног погледа на свет.

Геометријске творевине и односе сусрећемо на сваком кораку: у природи, у науци и уметности, у техници и занатству, у саобраћају. Због тога познавање особина и односа геометријских објеката има велику практичну вредност. Без солидног познавања геометрије нема озбиљног студирања математичке анализе, механике, физике, географије, минералогије, астрономије, рентгенске анализе структуре материје, електротехнике, архитектуре, грађевинарства и других наука и њихових техничких и осталих практичних примена.

Геометрија је изразито дедуктивна наука. Она сва своја тврђења изводи и доказује строго логичким поступцима. У геометрији захтевамо од ученика јасне представе, тачне дефиниције, фину анализу особина и односа геометријских објеката, истраживања разних веза међу њима и прецизну формулатију мисли. Тиме изоштравамо и развијамо код ученика формално-

логички, функционалан начин мишљења и закључивања и адекватан начин језичког изражавања мисли.

Геометријски цртежи и конструкције траже вешто руковање прибором за цртање и оштро око. За геометрију се генерално може рећи да учи тачности. Она ствара и развија навику прецизности мисли, ока и руке. У томе је њена велика и незаменљива васпитна вредност.

Геометрија развија осећање простора и способност пластичног гледања слика. Равански и просторни модели, нарочито динамички, развијају уз осећај (видљивост) простора и оштрину вида и вештину руку.

Овим нисмо исцрпели све користи правилно извођене наставе геометрије, али је и ово доста да се докаже огромна васпитна и практична вредност геометрије, као и немогућност да се штете од њеног запостављања компензују фаворизовањем неке друге математичке дисциплине или било којег другог школског предмета.

Запостављање геометрије доводи, дакле, нужно до једностраности у образовању младих људи и до формализма у настави математици. Оно представља недостатак у формирању целовите личности, недостатак у општем образовању, знатно смањује примењивост знања стеченог у средњој школи и сужава основу за озбиљне студије на факултетима и другим високим школама.

По нашем мишљењу требало би повести оштру и ефикасну борбу против запостављања геометрије у школској настави математици. Улога наставника математике у овоме је на првом месту. Када би сви наставници математике познавали циљеве наставе геометрије, када би били свесни важности остварења тих циљева и када би

знали како ће их остварити у процесу наставе, онда проблем геометрије у школској настави не би постојао. Евентуално запостављање геометрије од стране неких наставника, тада бисмо могли с правом окарактерисати као несавесност у раду.

### **Закључак**

Основна интенција програма у области геометрије у нижим разредима основне школе мора да се састоји у томе да се инсистира и на геометрији облика, као и на геометрији мерења (мерења дужи, површи, тела). Изучавање геометријског градива повезује се с другим садржајима почетне наставе математике. Користе се геометријске фигуре у процесу формирања појма броја и операција с бројевима; и обратно. Користе се бројеви за изучавање својства геометријских фигура. На пример: појам разломка даје се помоћу дељења дужи и кружне површи на једнаке делове; дистрибутивно својство множења илуструје се израчунавањем обима правоугаоника (или површине правоугаоника подељеног на два мања правоугаоника); комутативно својство множења приказује се на правоугаонику који је растављен на једнаке квадрате, задаци о кретању илуструју се на дужима итд. Ученици најпре пропедевтички упознају облике геометријских тела, што им је приступачније од основних геометријских појмова. Затим упознају различите најпростије геометријске фигуре: линије, тачку и дуж, а тек онда добијају прве представе о правоугаонику и квадрату, углу, троуглу, кругу, правој и равни, квадру, коцки и неким њиховим својствима.

Почетна настава геометрије мора бити експериментална, тј. најпростије геометријске фигуре и нека њихова својства упознају

се практичним радом, преко разноврсних модела фигура у току посматрања, цртања, резања, пресавијања, мерења, процењивања, упоређивања, поклапања итд. При томе ученици уочавају најбитнија и најопштија својства одређених фигура која не зависе од времена, материјала, боје, тежине и др. Тако ученици стичу елементарне геометријске представе, апстрактујући небитна конкретна својства материјалних ствари.

Иако основу наставе геометрије у млађим разредима чине организовано посматрање и експеримент, ипак је неопходно да се ученици навикавају, у складу са узрастом, не само да посматрају и експериментишу већ да и све више расуђивањем откривају геометријске чињенице.

Системски рад на развијању елементарних просторних представа код ученика у разредној настави треба да створи добру основу за шире и дубље изучавање геометријских фигура и њихових својстава у старијим разредима основне школе.

Геометрија је једна - геометријски појмови су или геометријски или то нису, иако се на свим узрастима не могу давати са истом строгошћу.

Не постоје никакви "крњи" појмови, полуматематички - полупрактички.

Ово не значи да се сви геометријски појмови могу увек најнепосредније примењивати у свом најапстрактнијем виду. Неки еквиваленти боље "належу" у стриктној примени него неки други, неки добијају друге називе у контексту примена или друге ознаке које су у применама асоцијативније. Некада се задовољавамо грубљом апроксимацијом, па се служимо мање тачном формулом, али тиме формула није престала то да буде - она се не може проглашавати за нешто друго. Није увек једноставан пут модификације,

"преправљања" једне математичке теорије до облика боље примереног применама. Често су овакве модификације извор нових математичких резултата. Добијена модификација може математичару бити мање естетска, може му изгледати разливенија, не потребно рашчлањена, али никако, ни у једној прелазној фази, не сме престати бити математичка.

При увођењу нових геометријских појмова извесни херуистички, историјски подаци могу, и у ранијим узрастима врло корисно и подстицајно да оживе радну атмосферу у одељењу. Овакви, спретно и срећно изабрани елементи никако не представљају историјизам. Њих не треба да буде много, како не би оптерећивали дечју меморију - треба да буду ситуирани тако да се лако памте - нарочито су корисни они из којих се види како појединачан напор и прегалаштво доводе до крупних резултата, као и они где је неки занимљив, макар маргиналан проблем из праксе довео до дубоког математичког проблема, а понекад и до рађања нове математичке теорије. Борба против историјизма није у забрани историјских података, него гомилања тих података без правог реда и сврхе, сем да чине притисак на памћење - простог ређања имена и хронологије. Историјизам је и излагање историјски превазиђеног градива, превазиђеним језиком.

Геометрија представља идеално средство за прво озбиљно упознавање са једном аксиоматском теоријом. Међутим, при реализацији програма наставник се суочава са бројним проблемима. До ког степена строгости ићи у аксиоматском приступу? Да ли се држати Хилбертовог система аксиома или га модификовати, уводећи у списак аксиома низ теорема? Како предавати поједине теме (вектори, конструкције, стереометрија),

колико ићи у детаље и где ставити нагласак? Колики значај придавати слици? То су нека од питања која изискују одговор. Угледни математичари-методичари немају истоветне одговоре на ова питања!

Наравно, аксиоматско излагање у строгом смислу тог појма није могуће. Ипак, од самог почетка због тога је потребно излагати систематски и по областима, не губећи се у апстракцијама које су изнад моћи схватања ученика. Тачност, постојаност и јасноћа не искључују графичко објашњење; систематско формално увежбавање потребно је и не сме се дегенерисати у формалну педантерију. Због тога је лични задатак наставника да оживи наставу, изазове интерес и приближи се ђацима. Сврха неодређеног увода, међутим у доброј намери, постигнута је већим делом директном повезаношћу са систематском наставом, и то на такав начин да је излагање у уџбенику, мање-више нужно систематско, усменом наставом непрестано испрекидано, илустровано и аргументовано дигресијама које откривају поенте суштинских момената у самом курсу и њихове односе са осталим таквим моментима.

У савременој настави, када је школски програм математике пренатрпан детаљима из разноврсних области математике, постоји опасност да се учење математике сведе на памћење факата и механичко усвајање алго-

ритама. Насупрот овој појави, треба настојати да ученици схвате постојеће везе међу феноменима које сусрећу на појединим подручјима математичке наставе. У оквиру оваквих настојања, геометрија може да игра изврсну улогу, јер математичке дисциплине које се предају у школи обилују детаљима за које постоје геометријске илustrације доступне узрасту ученика.

Важност еуклидске геометрије у настави поткрепљује чињеница да се с геометријским облицима из ове геометрије сусрећемо у средини у којој живимо. Нарочито изучавање стереометрије потпомаже изучавање простора; нажалост, настава стереометрије се често - и по наставном плану - занемарује. У вези с геометријским особинама простора постоји још једна важна чињеница на коју се често заборавља. Већина деце од најранијих година поседује низ основних знања о телима, као што су, на пример, коцка и лопта. Та се почетна знања изванредно добро могу користити при учењу појмова као што су: дефинисани и недефинисани елементи, аксиоме и теореме, потребни и довољни услови и слично. Сви ти појмови су важни за све области математике - а фамилијарност с простором може послужити за то да ђаци, полазећи од конкретних примера, схвате њихову суштину.

## **Литература**

- Артемов, А. К., Истомина Н. Б. (1996): *Теоретические основы методики обучения математики в начальных классах*, Москва, Воронеж.
- Батлер, Ч., Врен, Л. (1967): *Наследство математике у средњој школи, програми и методи*, Београд, Вук Караџић.
- Дејић, М., Егерић, М. (2005): *Методика наставе математике*, Јагодина, Учитељски факултет у Јагодини.
- Zech, F. (1998): *Grundkurs Mathematikdidaktik - Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik*, Weinheim und Basel, Beltz Verlag.
- Колмогоров, А. Н. (1960): *О професии математика*, Москва, Физ-матгиз.
- Марјановић, М. (1996): *Методика математике 1 и 2*, Београд, Учитељски факултет.
- Фридман, Л. М. (1983): *Психолого-педагогические основы обучения математики в школе*, Москва.
- Погорелов, А. Б. (1977): *Елементарна геометрија*, Москва, Наука.
- Првановић, С. (1975): *Методика наставе математике*, Београд, Научна књига.
- Стипанић, Е. (1988): *Путевима развићка математике*, Београд, Вук Караџић.
- Poincaré, H. (1927): *La Science et l'Hypothèse*, Paris, E. Flammarion.

## **Summary**

*There is very long tradition in teaching geometry. Geometry has been an integral part of teaching in general education schools, since Plato's time. The general truth is that most students are not interested in geometry, and their knowledge of this mathematical discipline is not very good. This is the subject discussed by primary school teachers, secondary school teachers, professors, parents and students. The most prominent mathematicians have discussed geometry methodological issues. This paper is about general issues of teaching geometry.*

**Key words:** mathematics, geometry, teaching, methodology



**Мр Оливера Ђокић**  
**Учитељски факултет, Београд**

## **Кратки научни прилог**

## **Улога иншуиције у настави геометрије**

**Резиме:** У раду разматрамо значај интрухије и њене улоге у савременој настави геометрије истакнући на 10. интернационалном конгресу за наставу математике одржаном у Копенхагену 2004. године. Све већи број истраживања усмерен је на праћење развоја интрутивне способности ученика као врстке способности која му омогућава да манипулишући моделима геометријских фиџура реши задате геометријске проблеме или да замисли, представи себи у свести, слику геометријског објекта. Отворена су много тештиња: тештиња занемаривања или прахватања и посматрања развоја интрухије у настави геометрије. Проблем се посебно расветљава из угла виђења А. Пенкареа, П. ван Хилеа, Е. Фишбене и др. Описани су и значајни експерименти у настави геометрије који дају одговоре на, и даље, отворено тештиње: интрухија - значајно поузданите за наставу геометрије. Изнето је и Атијахово виђење значаја простиорне интрухије и простиорне перцепције, које су важне за развој геометријских појмова и које представљају важне узоришне тачке за наставу геометрије. Може се закључити да је појму интрухије у настави геометрије неопходно посветити већу пажњу у истраживањима.

**Кључне речи:** интеграција, почетна настава геометрије, простиорна интеграција, простиорна творештвеница, геометријски језикови.

## Значај интуиције у настави геометрије

На 10. интернационалном конгресу за наставу математике, одржаном у Копенхагену 2004. године, посебно је истакнут значај интуиције и њене улоге у настави геометрије. Т. Фуџита, К. Џонс и С. Јамамото, савремени истраживачи у настави математике, наглашавају да *интуиција* има

важну улогу у настваравању геометрије (Fujita, et al., 2004). Све већи број истраживања усмерен је на праћење развоја интуитивне способности, као врсте способности, која омогућава детету да замисли, представи себи у свести, слику геометријског објекта, и да манипулише моделима геометријских фигура у решавању задатог проблема.

А. Поенкаре и Д. Хилберт изјашњавали су се о улози интуиције у процесу учења веома позитивно. Када математика постаје строга, увођењем доказа, место заборава проналази њено историјско порекло и корени настанка: математика тада показује како проблеми могу да се реше, али не како и зашто су они настали. Поенкаре нам на Конгресу у Паризу 1900. године саопштава да логика у математичкој науци није довољна: интуиција је њен комплементарни део. "Логиком доказујемо, интуицијом откривамо" истиче Поенкаре и додаје да "логика, стога, остаје сувопарна све док не буде оплођена интуицијом" (Freudenthal, 1973, 147).

### **О интуицији у настави геометрије**

Постоје учитељи који занемарују интуицију у процесу учења и наставе. Према Ж. Требјешанину реч *интуиција* (лат. *intuere* = гледам, посматрам) означава способност непосредног сазнања или сагледавања суштине и смисла неког објекта или појаве (Требјешанин, 2004, 202). Р. Арнхајм, гештальтни психолог, истиче да је интуиција једна од двеју фундаменталних и неопходних компоненти сазнања. Интуиција и интелект су два сазнајна поступка (Арнхајм, 2003). Озбиљна је ствар када се прочита тридесет и једна дефиниција интуиције које наводи К. В. Вајлд (Wild, 1938). Још је Декарт у XVII веку уочио да до разумевања ствари стижемо помоћу две врсте операција које он назива интуицијом и дедукцијом. Декарт под интуицијом подразумева појам који нам незамагљен и пажљив ум даје толико јасно да смо потпуно ослобођени сумње у оно што разумемо. Декарт о интуицији не мисли као о мање поузданој, него, напротив, као о поузданој способности ума. Он за интуицију каже да је једноставнија од дедук-

ције, па стога и сигурнија. И за Платона интуиција је била највиши дomet људске мудрости. Она је пружала непосредан увид у суштине којима сви објекти нашег искуства дугују своје постојање. Своје занимање за интуицију испољили су у радовима Лајбница и Канта. У развоју сваког појединца познавање околине и оријентација у околини почиње *интуитивним истраживањем онога што је отажајно сазнато*. Ово важи за оно што се дешава на почетку живота, а понавља се у сваком чину сазнавања који потиче од поимања чињеница испоручених од стране чула. За Арнхајма интуитивно схватање целокупне ситуације, која се сагледава, суштинска је основа за читав сазнајни процес. Људски ум састоји се од два сазнајна поступка: *интуитивног отажања и интелектуалне анализе*. Интуиција опажа општу структуру конфигурација, а интелектуална анализа служи да издвоји карактер разматраног ентитета. Интуиција и интелект не дејствују раздвојено, већ захтевају узајамну сарадњу. Ако се занемарује једно или друго у процесу образовања, обогаљују се умови које учитељи покушавају да васпитају.

Појмом интуиције у настави математике посебно се бавио Е. Фишбејн (Fischbein, 1973). Фишбејн разликује две врсте интуиције: интуицију адхезије и интуицију антиципације. Интуиција адхезије сама по себи даје доказ о одређеној чињеници: из било које тачке која не припада правој могуће је повући само једну нормалу на ту праву, увек постоји природан број већи од датог природног броја итд. За ову врсту интуиције Фишбејн каже да не осећа потребу за математичким доказом. Подсетимо се да је А. Поенкаре говорио да логиком доказујемо, а интуицијом откривамо одређене математичке истине (Freudenthal, 1973, 147). Интуиција антиципације представља гло-

бално решење проблема (често кажемо и наслућивање решења проблема). Она је строго и експлицитно решење проблема. Ове две интуиције су независне једна од друге и играју различите улоге у разумевању појма. Основна чињеница, када се посматра наставни процес, јесте да интуиција не може да буде створена, елиминисана или модификована објашњењима или кратким вежбама у настави.

Постоје најмање три ситуације по Фишбејну које морају бити узете у разматрање (Fischbein, 1973, 223): прво, у процесу учења информација дата ученицима о одређеном појму може да буде слична са његовим интуитивним знањем о том појму и ово може да буде изузетно корисно у настави (на пример, најкраће растојање између две дате тачке је дуж); друго, у процесу учења информација дата ученицима о одређеном појму може да буде различита у односу на његово интуитивно знање о том појму и стога ће постојати контрадикција између интуиције и објективне истине или "истине" која директно проистиче из доказа (на пример, скуп природних бројева има исти кардинални број као и скуп рационалних бројева); треће, у неким ситуацијама неће се формирати интуитиван став (на пример, висине троугла секу се у једној тачки која је ортоцентар троугла).

Фишбејн износи став да би ученици требало да уче свесно како би упоредили интуитивну интерпретацију појмова и процедура са оним које су коришћене у строгој математичкој интерпретацији. Ученик би требало да научи да поново размишља о елементима које упознаје у свакодневном искуству, на такав начин да су они у складу са његовим новим појмовним оквиром. Интуитивна основа би требало да буде саставни део наставних активности, колико год је то

могуће, и припремљена уз помоћ добро организованих вежби.

А шта о интуицији мисли П. ван Хиле у својој теорији математичког образовања? Интуиција често има неповољну репутацију (Van Hile, 1986). Ако човек може да сагледа и реши неки проблем онако како то сваки може, његова акција није резултат његове интуиције; ако човек може да сазнаје сагледавајући структуру на којој базира своја тврђења, он се не служи интуицијом. Али, ако он директно увиђа решење проблема, без способности да исказе како је структура уређена, онда можемо говорити о интуицији, а ако је та структура слаба, онда појединач није способан да препозна њена својства и тада са сигурношћу говоримо о интуицији.

Ван Хиле говори о *интуицији у геометрији*, а реч интуитивно (лат. *intuēti* = размишљање, разматрање) се једноставно користи повезано са опажањем. Говорећи о интуитивном у геометрији, ван Хиле наводи експеримент који је изведен у сарадњи са Гелдофом. У поменутом експерименту вођа експеримента желео је да сазна шта ученици знају о појму *конгруентност* (Van Hiele, 1986, 123). Нико од ученика није чуо за поменуту реч, што је вођа експеримента и очекивао. Покушавајући да им интуитивно расветли значење поменуте речи, вођа се користио причом о столицама на којима ученици седе у учоници и постављањем одређених питања. Ученици још увек нису давали одговоре или су одговори били погрешни. Разговор је циљано настављен, помињањем конгруентних предмета који се налазе на столу у породичним домовима ученика. Ученици су се полако приближавали оној интуитивној представи појма конгруентност, а вођа експеримента их је поново вратио на искуство из учонице (столице на којима седе). Ученици су дошли до усаглашених ставова да

су међусобно *конгруенћни* они објекти који се не разликују једни од других.

Интуитивно, конгруентним или подударним у геометрији сматрамо два објекта ако их премештањем у простору можемо довести до поклапања (Марјановић, 1996). Реално, можемо поклапати само пљосната тела (чију трећу димензију занемарујемо), као што су жетони, модели од папира и сл. Тада сматрамо да су сва њихова геометријска својства иста, укључујући и метричка. Оно што тада занемарујемо јесте њихов положај.

Закон о непробојности каже да два физичка тела не можемо довести до поклапања. Али, у мислима, две столице у учioniци можемо померањем довести до потпуног поклапања.

Материјална супстанца предмета испуњава део простора и тај део схватамо као одређени скуп тачака у простору, а подударност или облик зависе од таквих скупова, а не својстава материјала од којих су физичка тела направљена. Када занемарујемо физичка својства предмета, долазимо до представе о њима као геометријским телима. Подударност геометријских објеката, уместо померања, можемо дефинисати преко пресликања која чувају растојања.

Нека су  $A$  и  $A'$  скупови (у равни или простору). Тада су  $A$  и  $A'$  подударни или конгруентни ако постоји пресликање:

$$f: A \rightarrow A'$$

такво да је "1-1" и "на" и још да за сваке две тачке  $a_1$  и  $a_2 \in A$  важи:

$$d(a_1, a_2) = d(f(a_1), f(a_2)).$$

Пресликање  $f$  чува растојање, тј. оригинални  $a_1, a_2$  су на истом одстојању као и слике  $f(a_1), f(a_2)$ . Такво пресликање је *изометрија*.

Конгруентност се у поменутом експерименту интуитивно упознаје. Сама реч је означавала именовање нечега што је прихваћено много раније и што су деца доживела у сопственом искуству. Колико је тешко описати такав појам очигледно је. На крају експеримента цео разред је, кроз пажљиво проверавање вођене дискусије шта тај појам јесте, а шта он није, дошао до тврђења: "Конгруентни предмети (објекти) су они који се међусобно не разликују". У настави је, чак, могуће радити годинама употребљавајући појмове без њихових дефиниција: интуитивно знање често бива доволно за потребе наставе почетног нивоа. На сличан начин могуће је урадити и, на пример, појам *сличности* (Jones, et al., 2003).

Фilm *Прича о играчкама* (*Toy Story*) приказан 1995. године, као први дугометражни потпуно компјутерски анимирани фilm, представља добар пример за илустрацију интуитивног поуџа изградњивања геометријских појмова. У филму је представљен живот колекције дечјих играчака које су потпуно укључене у релан живот. Играчке су оживљени објекти једноставних геометријских облика (сферични, цилиндрични итд), геометријски трансформисани, који се крећу, мисле, говоре и осећају. Овим питањима посебну пажњу у свом раду посвећује М. Атијах, значајни савремени британски математичар из друге половине 20. века, и К. Џонс и К. Мунеј. Атијах истиче просторну интуицију или просторну перцепцију као снагу како за геометрију, тако и за развој геометријских појмова, која је моћно средство за живот уопште. Развој просторног разумевања, развој и примена просторних појмова, кроз које деца схватају свет који их окружује, упоришне су тачке у почетној настави геометрије (Jones, et al., 2003).

## Уместо закључка

"Геометрија је разумевање простора, ... таквог простора у коме дете живи, дише и креће се, простора у коме дете мора да научи како би знало да истражује, да осваја у смислу да у њему што боље живи, дише и креће се" наглашава Фројдентал (Freudenthal, 1973, 403). Неки експерименти показују да би геометрија основношколског узраста требало да укључује проучавање објекта, њихових трансформација - транслације, ротације и симетрије - као и међусобних односа у просторном окружењу. Ово би значило да ученици прва искуства у геометрији стичу путем физичких објекта и упознавањем њихових особина, а за примарни циљ има развој

## Литература

- Арнхам, Р. (2003): *Нови есеји о људском уметностном умештву*, Студентски културни центар Београд и Универзитет уметности у Београду, Београд, (превод оригинала - Rudolf Arnheim: *New Essays on the Psychology of Art*, University of California Press, Berkeley, Los Angeles, London, 1986).
- Van Hiele, P. (1986): *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*, Academic Press, Orlando (translated from the Dutch).
- Ђокић, О. (2005): *Појам линије у људској настави геометрије и његово изградња*, необављени магистарски рад, Београд, Учитељски факултет.
- Jones, K. and Mooney, C. (2003): Making space for geometry in primary mathematics, In: Thompson I. (Ed), *Enhancing Primary Mathematics Teaching*, London, Open University Press.
- Марјановић, М. М. (1996): *Методика математике, II гео*, Учитељски факултет, Београд.
- Милановић-Наход, С. (1994): Мењање појмова: од интуитивних до научних објашњења, у: *Зборник 26*, Институт за педагошка истраживања, Београд.
- Poincaré, H. (1952): *Science and Hypothesis*, Dover Publications, Inc. New York.
- Skemp, R. (1993): *The Psychology of Learning Mathematics*, Penguin Books, London.
- Swoboda, E. (2004): *From intuition to formal conceptions*, 10<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education, Research and development in the teaching and learning of geometry, under the auspices of ICMI - International Commission on Mathematics Instruction, Copenhagen, Denmark.
- Требежанин Ж. (2004): *Речник људской психологии*, Стубови културе, Београд.
- Fischbein, E. (1973): Intuition, structure and heuristic methods in the teaching of mathematics, in *Developments in Mathematics Education*, (Ed.) A. G. Howson, Cambridge University Press.
- Freudenthal, H. (1973): *Mathematics as an Educational Task*, Reidel, Dordrecht.

ученичке интуиције и знања о њиховом просторном окружењу. Искуство би требало да укључи анализу и апстракцију геометријских појмова и њихових односа у нарастајућем формалном оквиру наставе (Jones, et al., 2003). Према Х. Фројденталу корен наставе геометрије требало би да буде у практичном подстицају и просторномisuству ученика.

Почетна настава геометрије требало би више да буде грађена на дечјим просторним искуствима, систематично развијана у оба правца, практичном и теоријском. Може се закључити да је појму интуиције у настави геометрије неопходно посветити већу пажњу у истраживањима.

- Fujita T, Jones K. & Yamamoto S. (2004): *Geometrical intuition and the learning and teaching of geometry*, 10<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education, Research and development in the teaching and learning of geometry, under the auspices of ICMI - International Commission on Mathematics Instruction, Copenhagen, Denmark.
- Wild, K.W. (1938): *Intuition*, Cambridge, Cambridge University Press.

### **Summary**

*The importance of intuition and its role in contemporary geometry teaching are discussed in this paper and this issue is particularly pointed at the 10th International Conference of Teaching Mathematics in Copenhagen in 2004. There is more research focused on monitoring development of intuitive development of students as a kind of ability enabling the student to manipulate by the models of geometry figures and to solve given geometrical problems, or to think or imagine an image of a geometry object. Many issues are opened, such as: the issue of neglecting or accepting and encouraging development of intuition in teaching geometry. This problem is particularly enlightened by the views of A. Poankare, P. Van Hill, E. Fishbein and others. There are some significant experiments in teaching geometry described which give answers to still an open question: Intuition - an important starting point for teaching geometry. Atiach's view has also been pointed at, concerning space intuition and space perception which are important for development of geometry terms and which represent important focal points for teaching geometry. It can be concluded that the term intuition in teaching geometry is necessary to be better researched.*

**Key words:** *intuition, basic geometry teaching, space intuition, space perception, geometry terms*



Др Јасмина Милинковић  
Учитељски факултет, Београд

Изворни  
научни чланак

## Репрезентације у настави вероватноће и статистике у основној школи

**Резиме:** Чланак је посвећен питањима везаним за избор репрезентације при почетном бављењу појмовима из вероватноће и статистике у основној школи. У њему се указује на различите видове репрезентација у настави математике и на гледишта истражакнутих теоретичара наставе математике о значају репрезентација у сазнању. У раду се сагледавају резултати истраживања спроведено на узорку ученика основних школа Београда. Указујемо на различите ефекте наставног приступа с обзиром на: избор репрезентације и контекст.

**Кључне речи:** репрезентација, вероватноћа и статистика, контекст.

На почетку, истакнимо да је овај чланак, као и истраживање, изведено имајући у виду уочену тенденцију увођења садржаја из Теорије вероватноће и статистике у наставне програме у основној школи у свету (Ј. Милинковић). У чланку смо пажњу посветили проблему избора репрезентације у настави елементарних појмова из Теорије вероватноће и статистике. Овај проблем се може лоцирати у ширем оквиру тражења оптималног методичког приступа у настави математике. Посебно је значајно сагледавање аспекта прогресивне шематизације и формализације као и контекстуализације у настави математике. Експерименталним делом

рада указује се на ефекте увођења изабране репрезентације на различитим узрастима ученика.

### Теорија репрезентације

Када се бавимо различитим менталним и екстерним (спољашњим) репрезентацијама и сагледавањем ефеката спољашњих репрезентација у настави математике налазимо се у подручју теорије репрезентација, занимљивом и са психолошке и са математичке стране гледања на сазнање

Једна од суштинских психолошких претпоставки савремених теоретичара матема-

тичког образовања је да "знање" представља структурно уређене интерне репрезентације спољашњости (Hiebert & Carpenter, 1986). Под репрезентацијама се у психологији математике и шире у сазнајној психологији подразумевају два типа репрезентација, спољашње и унутрашње. Спољашње репрезентације су начини на које представљамо појаве или проблеме из окружења. Под "разумевањем," у терминима репрезентација подразумевамо смештање новог појма или поступка, односно унутрашње представе о том појму или поступку у интерну мрежу.

Претпоставка је да постоје релације између спољашњих и унутрашњих репрезентација. Из тога произилази очекивање да се изградњом и уочавањем веза између различитих спољашњих репрезентација, уочавањем сличности и различитости може стимулисати и успостављање релација и веза између кореспондирајућих унутрашњих релација. Стога се сматра да везе између и унутар различитих репрезентација имају значајну улогу у "учењу математике са разумевањем" (Hiebert & Carpenter, 66).

### Репрезентације у математици

Када математичари говоре о различитим репрезентацијама уобичајено је да мисле на различите начине представљање истог проблема. Термин близак овом по смислу у коме се користи је "шематизовање". Оно се не односи само на представљање конкретног проблема на различите начине већ и размишљање у различитим парадигмама. Фројдентал објашњава да је свака историјска фаза у развоју математике значила да је: знање стечено открићем трансформисано шематизовањем, односно кодирањем у нову вештину и разумевање на вишем нивоу (Freudenthal, 1974). На пример, велики искорак

за развој математике представљаје пре-лазак са иконичке представе броја три на нумеричку. Он при том наглашава да се шематизовање не може посматрати као историјски већ пре свега као психолошки напредак у сагледавању стварности. Дакле, шематизација се сматра прогресивном формализацијом.

Методичари математике се већ годинама залажу за коришћење различитих форми за представљање математичких идеја. Који су разлози за овакав став? Пре свега, различите репрезентације су суштински важан део математичке науке. На пример, операцију сабирања представљамо бројевним сликама, на бројевној правој, у облику математичког израза, итд. Репрезентације представљају различите конкретизације математичког појма или структуре. У почетној настави математике нарочито се сматра неопходним ослањање на конкретне и сликовне представе којима се олакшава увођење појмова и поступака рачунања. На крају, сматра се да различите репрезентације доприносе занимљивости математике.

У пракси, међутим, нека истраживања указују да ученици врло често "вишеструке репрезентације" посматрају као одвојене представе у релацији са појмом који се изучава. Примећено је да се у случају ученика основне школе деца "беспомоћно губе" у сусрету са променом дискурса којима се проучава исти појам. Ова чињеница довела је Dufour-Janvier-a и Bednarz и Belager-a, (1987, 113) до критичког посматрања ефекта вишеструких репрезентација на разумевање појмова. Они су уочили да деца вишеструке репрезентације доживљавају већином као врсту игре или додатног задатка који се може изразити као захтев: "Уочити везу између репрезентација", а не као средство за разумевање појма или поступка. На пример,

суочени са поступком тзв. писменог сабирања бројева представљеним прво као налажење збира месних вредности цифара, а затим скраћено, са потписивањем (при чemu се не види разлог исправности поступка) преовлађујући број деце не види потребу за упознавањем теоретске заснованости скраћеног поступка. И шире, показује се да ученици често долазе у ситуацију да више не виде шта је важно у ономе што се представља, долазећи до закључка да "ништа није релевантно" или до супротног екстрема "да је сваки детаљ дате репрезентације од суштинског значаја."

Са друге стране, истраживања показују да је богатство уочених веза, сличности и разлика између и унутар репрезентација различито на различитом нивоу експертизе. Дакле, разумевање и коришћење различитих репрезентација јесте корисно и указује на степен експертизе у домену. На пример, док је неким ученицима очигледно, неким ученицима је тешко да уоче везу између алтернативних поступака множења вишецифрених бројева. Слично, на нивоу средње школе или факултета, није свима очигледна веза између косог хица или Њутновог закона о убрзању као директних трансформација идеја првог и другог извода.

За нас је важно да приметимо и неке "логичне" чињенице у настави математике, а у вези са одређеним репрезентацијама. Очигледном се сматра чињеница да се коришћењем конкретних материјала поједностављује процес разумевања појма. Међутим, резултати истраживања не говоре увек у прилог оваквој тези. На пример, без обзира на интуитивну прихватљивост ове идеје, Фенема указује да истраживања ефекта коришћења конкретних материјала не потврђују безрезервно позитивни ефекат њихове употребе.

И Клод Жанвиер (1987) на конференцији посвећеној репрезентацијама изражава скепсу у погледу коришћења вишеструких репрезентација. Он истиче да су врло често репрезентације "вештачке" и суштински "бесмислене" иако су "наизглед" конкретизације апстрактног појма. Штавише, он напомиње да неке репрезентације суштински делују контрадикторно јер док математичар разматра различите репрезентације са аксиоматском основом која доносе јединство значења, ситуационе репрезентације доносе нежељене слике и интерпретације. Коначно, Жанвиер наглашава да је много више од вишеструке представе за ученике значајна суштинска упознатост са одређеном репрезентацијом.

### **Брунерова теорија репрезентација**

У радовима Џероми Брунера испрелептани су утицаји психологије сазнања и практичара наставе математике. Као структурно орјентисан психолог, али и дидактичар, он је тражио начин којим би се у складу са сазнајним могућностима деце математички појмови учили на непримитивован, потпуно поједностављен начин. Он је веровао да се и компликовани појмови могу представити сваком детету, на нивоу који би био адекватан дететовим капацитетима и искуству. Резултат Брунеровог рамишљања о дуалној теорији сазнања "кроз акцију и кроз апстракцију" је теорија репрезентација којом издава и трећи начин представљања спољашњих информација "кроз слике". Свака од три типа репрезентација базично утиче на стварање и продубљивање знања. У свом раду Брунер се делимично ослањао на Пијажеову теорију развоја.

На који начин човек ствара представе о свету? Човек из средине у којој живи добија

информације, а да би могао да их користи, он их мора на неки начин представити. Представе које човек ствара нису једноставне копије оригинала из спољашњости. Да би биле од користи за јединку, информације при меморисању морају бити на неки начин срећене и кодиране, а тако срећене информације називамо репрезентацијама. Брунер (1964) завршни производ обраде и кодирања информација назива репрезентацијом. За нас је занимљива релевантност различитих репрезентација за избор начина на који ћемо представљати математичке појмове деци.

Према Брунеру, постоје три начина на који људи представљају свет: (1) акционо (деловањем), (2) иконички (сликовно) и (3) симболички. Напоменимо да иако се може уочити да током развоја јединке, спонтано или не, теже да са првог пређу на други а затим и превасходно трећи начин, Брунер је у каснијим радовима, супротно почетно израженом ставу о предности иконичке репрезентације у односу на акциону и супериорности симболичке репрезентације у односу на претходне две, сматрао да се, у ствари, не ради о развојном прогресу у избору репрезентације, већ пре свега културолошки условљеном понашању.

Размотримо сваки од начина репрезентације. Акционо деловање подразумева инструменталну структуру са циљем и средствима. Дакле, не ради се о случајним радњама које доводе до сазнања већ о планском сазнању. Основа сазнања је процедура која се спроводи у циљу долажења до закључка. У питању је физичка акција са циљем решавања проблема. Испуњавање судског налога у одређеној форми, бројање "на прсте" или цртање плана собе да би се одредила површина пода били би примери такве акције. Дакле, акциона репрезентација подразумева представљање прошлих

догађаја преко усвојених моторних одговора. Почевши од везивања пертле до вожње кола, од најранијег узраста до зрелости, човек стиче и користи акционе репрезентације.

Друга врста репрезентација, тзв. иконичка или сликовна, може се схватити као врста прелаза од акционе до симболичке репрезентације. Иконичком репрезентацијом догађај се исказује "селективном организацијом перцепције и представа, просторним, временским и квалитативним структурацијама перцептивног поља и њиховим трансформисаним сликама" (Брунер, 1964, стр. 76). Дакле, слике замењују објект који се представља релативно верном иако селективном представом. Брунер указује на значај овакве репрезентације јер слике "не само што успевају да ухвате посебност догађаја и предмета, него су и извор прототипова за *категорије* догађаја, а потом и мерило за поређење потенцијалних примера који би могли бити укључени у те категорије" (Брунер, 1996, стр. 164). Способност уочавања сличности међу предметима и појавама и стварање "типичних" слика помаже детету да функционише у свету независно од тога да ли је достигао оперативни ниво мишљења истиче Брунер упоређујући ову способност са Пијажеовом карактеризацијом детета у преоперативној фази развоја.

Најзад, трећи начин репрезентације је симболичка представа о свету. Она подразумева апстрактне форме коришћења знакова и симбола који сами по себи не одсликавају више "директно" објекат или појаву коју представљају. Он подразумева удаљавање од конкретног и арбитрарног. Реч не указује директно на означену нити визуелно подсећа на оно што означава. На пример, симбол 8 не изгледа као низ од осам објеката као што ни реч осам не указује на шта се термин односи. Симbole стварају

људи, а њихово значење је резултат дого- вора. Коришћење математичких симбола за бројеве и рачунске операције је почетак упознавања деце са математичким језиком.

Може се уочити да су прва два вида репрезентације примарне сазнајне функције које су се развиле директно као реакција на еволуцијске захтеве, дакле у највећој мери су универзалне. С друге стране, симболичке представе у великој мери су последица "културне компетенције" и захтевају свестан напор за савлађивањем. Овај вид компетенције се стиче у највећој мери кроз школовање и друге видове усвајања културе. Гири (D.C. Geary) на овој основи упоређује стварање представа о свету и истиче како свака култура свесно доноси одлуке које "би- олошки секундарне" диспозиције жели наметнути као потребне способности или квалификације.

Истакнимо да Брунер сматра да појединачне репрезентације нису условљене узрастом јединке, као ни степеном њеног интелектуалног развоја. Ово становиште донекле је у контрадикцији са раније израженим мишљењем да се поменути начини представљања јављају редом којим су и наведени као и ставом да "развој сваког начина зависи од претходног" (Брунер, 1964, стр. 74). Он је уочио да се најчешће оне јављају одређеним редом (акциона, иконичка, па симболичка). Брунер је сматрао да свака наредна репрезентација зависи од познавања претходне, а да се сам начин представљања не развија тј. сваки од три типа репрезентовања података остаје квалитативно непроменљив (сем у случају физиолошких оштећења као што је слепило, глувоћа или кортикалне повреде.) С обзиром на такво мишљење, он се залагао да се нови појмови уводе истим редоследом (акциона, иконички, па симболички). Дакле, спољашња репрезентација

била би упоредна унутрашњој, менталној репрезентацији акција, објекта и идеја. Међутим, у каснијим излагањима Брунер је променио мишљење о приоритетности појединачних врста репрезентације и неопходности поштовања редоследа увођења репрезентација.

Методички приступ који би уважавао Брунерове идеје би, на пример, при увођењу појма броја подразумевао комбиновање три врсте репрезентација: 1) манипулације објектима као што су штапићи, жетони и слично, 2) сликовне репрезентације (нпр. тачкаста представа објекта) и 3) увођење симбола броја и речи којом броју дајемо име.

Брунерова теорија оставила нам је низ питања на која треба потражити одговор. Једно од питања је да ли је неопходно повезивати образовне циљеве са симболичним репрезентацијама појмова? Поставља се питање и да ли се недвосмислено може утврдити који вид репрезентације је најпогоднији у датом узрасту?

Масон на основу Брунерових репрезентација описује активно-иконичко-символичку спиралу знања којом се исказује унутрашње кретање у постизању сигурности од "сигурне манипулације објектима/символима, преко њиховог коришћења у циљу добијања 'осећаја' о појму (идеји) обухватајући пун обим слика на непотпуно дефинисаном нивоу, кроз симболички запис тог осећаја, до сигурног манипулисања новим симболима, итд. у непрекидној спирали" (цитирано у Janvier, 1987, стр. 13).

Одјек Брунерових идеја проналазимо у радовима савремених дидактичара. Поменимо размишљање Ричарда Лиша (Richard Lesh, у Janvier, 1987) који уочава да се главне тешкоће у решавању класичног. "пица проблема" налазе у прелажењу са једног на

други тип репрезентације слике-символаречи. Он истиче да деца спонтано користе слику као најпогоднију репрезентацију целокупног проблема, али им она не олакшава манипулативну у циљу изражавања динамике ситуације због чега прелазе на симболичку репрезентацију.

Марјановић (2003) истиче да се Брунерове идеје морају сагледавати са рационалним ограничењем. Он прихвата позитиван ефекат давања реалног контекста у сагледавању скривене математичке структуре и указује да је у нашем курикулуму присутна пракса "оживљавања" сазнања и постизања когнитивног конфликта кроз коришћење одабраних сликовних представа.

Може се рећи да Брунерова теорија пружа схематски приказ прогресивне шематизације и формализације до које долази у наставном процесу. За нас је од интереса било утврђивање погодне репрезентације, односно степена апстракције с којим приступамо бављењу појмовима из вероватноће и статистике. Да ли је погодност нивоа шематизације условљен узрастом ученика?

У уској вези са проблемом нивоа апстракције је проблем *концептуализације*, избора адекватних конкретних проблемских ситуација за учење апстрактних појмова, као што је шанса или закључивање на основу узорка.

Анализа теорија репрезентација и посебно Брунерове теорије репрезентација, указује на значај трансверзале објекат-слика-концепт. Истраживачки део нашег рада базиран је на наведеним теоријским основама.

Један од циљева истраживања које описујемо у овом чланку био је да се утврди оптимални методички приступ формирању елементарних знања из вероватноће и ста-

тистике, а посебно ефекти различитих репрезентација.

У истраживању је било укључено 16 одељења, укупно 392 ученика узраста од 9 до 13 година (IV - VII разреда) из три београдске школе, из ужег градског језгра. Избором школа из уског градског подручја тежило се да се обезбеди униформност узорка, избегавајући мешављење очекиваног ефекта социјалног миљеа из кога потичу деца. (Урбане средине, посебно у западноевропској култури, представљају окружење у коме су деца раније подстакнута да развију интуицију о појавама којима се бави статистика и вероватноћа.) Експериментална настава је одржана у оквиру редовних часова у школи са наставницима који и иначе предају предмет Математика.

У експерименталној настави коришћена су три наставна поступка. На нивоу сваког разреда, тестирано је и контролно одељење, у коме није организована настава. У сва три експериментална услова настава је трајала два редовна школска часа, односно деведесет минута. Након тога је следила провера знања на тесту. Тест је био састављен и избаласниран тако да покрије само она питања на која бисмо могли да очекујемо да их знају ученици сва три експериментална услова. Завршни тест је имао седамнаест задатака и рађен је у току једног наставног часа од 45 минута.

*Експериментални дизајн* - Истраживање је према описаном структурирано као 4x4 факторски дизајн - са четири наставна приступа (методе) и четири узрасне групе, а мерење је успех ученика на завршном тесту.

Овде ћемо описати две карактеристичне наставне активности. Указаћемо кроз ове примере на који начин се разликују репрезентације проблема у три наставна

приступа. Прва од изабраних проблемских ситуација варијација је Пијаже-Инхелдеровог експеримента (1951) извлачења жетона из кутије. Сценарио је следећи:

Посматрају се три кутије. У првој кутији налазе се 1 бела и 1 црвена коцкица (које су исте по свим карактеристикама осим по боји). У другој кутији налази се 9 белих и 1 црвена коцкица. У трећој кутији налазе се 2 беле и 2 црвене коцкице. Задаци су били да се 1) утврди шанса да се из кутије, без гледања, извуче црвена коцкица и 2) упореде шансе за извлачење црвене коцкице из прве, друге, односно треће кутије.

I кутија	<input type="checkbox"/> ■
II кутија	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> ■ <input type="checkbox"/>
III кутија	<input type="checkbox"/> ■ ■

У приступу који смо назвали акционим (A), ученици су експериментално покушали да утврде вероватноћу да се из кутије у којој се налазе коцкице у две боје (црвена и бела), извуче коцкица црвене боје. Постојала су три случаја, односно три кутије са различитим бројем белих и црвених коцкица. У првој кутији налазила се једна бела и једна црвена коцкица. У другој кутији налазило се девет белих и једна црвена коцкица, а у трећој кутији две беле и две црвене коцкице. Сви ученици су извлачили коцкице, записивали резултат појединачно и збирно за један ред клупа на начин договорен са наставником, сумирали резултате за цео разред и представљали их на табли, а затим су разматрали вероватноћу за извлачење црвене коцкице, интуитивно примењујући статистичку дефиницију вероватноће. Исти поступак се понављао за све три кутије. На крају су поређени резултати извлачења целог одељења за сваку од кутија. У овом случају ради се о апостериори вероватноћи, односно о статистичкој вероватноћи.

У другом приступу, који смо назвали иконичким (И), ученицима је описан резултат игре коју су одиграла три имагинарна детета. Свако од троје деце имало је по једну кутију са различитим бројем коцкица при чему је однос белих и црвених коцкица одговарао односу броја коцкица различите боје у A приступу. Одељење је у етапама упознато са резултатима тридесет извлачења из једне кутије (као аналог извлачењу у A приступу). Ученици су прво изражавали своје очекивање, а затим су анализирали остварене резултате. Разматрали су колика је шанса детета да извуче црвену коцкицу из одређене кутије долазећи, интуитивно, до статистичке дефиниције вероватноће, а на крају су размишљали и ко је од деце имало већу шансу да извуче црвену коцкицу. И у овом случају ради се о статистичкој вероватноћи, али је "прескочен" акциони део и анализира се само слика која се може добити након експерименталног извлачења.

У трећем приступу, који смо назвали симболичким (C), ученици разматрају следећу игру. У кутији се налази одређен, познат број коцкица (исти као у A и И приступу). Ученици разматрају шансу да се извуче црвена коцкица без додатних информација, dakле *ne* на основу неке имагинарно одигране партије, већ на основу односа броја коцкица црвене и беле боје у кутији. Разговор са наставником их наводи на закључак да је битан однос броја црвених коцкица и укупног броја коцкица. Овде се ради о априорној процени шансе, то јест о интуитивној примени класичне дефиниције вероватноће. Ученици су наведени да размишљају у терминима давања броја којим би изразили очекивани однос броја извучених црвених коцкица и укупног броја коцкица за сваку од кутија .

Описимо и другу наставну активност избора "Омиљеног јунака стрипа."

На часу са акционим (А) приступом ученици у одељењу праве анкету који је њихов најомиљенији јунак стрипа. Од понуђена четири јунака, бирају најомиљенијег, а затим бележе резултате гласања и приказују их табеларно, тачкасто и хистограмом. Разговарају шта могу закључити на основу ових приказа. Дискутују се о различитим начинима представљања података и који је од представљених начина најподеснији (односно најречитији). Затим дискутују о резултатима гласања и на коју популацију се они могу уопштити, као и како се ови резултати могу користити.

На часу са иконичким (И) приступом, ученици анализирају резултате анкете о омиљеном јунаку стрипа имагинарног одељења вођене од стране школског часописа. План разговора је идентичан приступу А.

На часу са симболичким (С) приступом, ученици анализирају резултате анкете у имагинарном одељењу исказану не сликом, већ информацијом о односу броја гласова које су добили изабрани јунаци стрипа. Након анализе, упознају и графички начин представљања података тачкастим дијаграмом и хистограмом.

На овом месту може се говорити о погодности изабраног контекста и репрезентације као мотивације за бављење појмовима као што су: шанса, популација, узорак, репрезентативност узорка. Ученици IV и V су изузетно заинтересовани за форме рада заступљене акционим приступом. Са жаром и узбуђењем учествују у активностима. Насупрот њима, ученици VI и VII разреда нису најзаинтересованији за активности које захтевају искључиво мисаону комнитејмпла-

цију и "игру" симболима и бројевима. Могло се уочити да је иконички приступ прихватљив (занимљив) за све разреде.

Постоји више разлика које се јављају као резултат избора одређене репрезентације које није могуће сагледати преко анализе резултата теста. Карактеристичне су разлике у временској артикулацији часова која је неминовна последица избора наставног поступка. Карактеристично је да акциони приступ условљава потребу за обезбеђивањем додатног времена (у односу на друга два приступа) за реализацију експеримента (анкете) што је први корак у проучавању појава. Овај приступ са друге стране омогућава остваривање других задатака наставе као што је кооперативност.

Најзад, рећи ћемо нешто и о добијеним нумеричким резултатима успеха ученика на тесту. У Табели 1. приказане су средње вредности резултата ученика по одељењима.

Табела 1. Табела средњих вредности на тесту.

Разред/третман	K	A	I	C
IV	11.52	16.03	18.09	17
V	11.6	18.04	17.8	18.39
VI	13.52	17.87	18.6	19.88
VII	14.68	19.74	19.35	20.11

К- контролна група; А- акциона група;  
И - иконичка група; С- симболичка група.

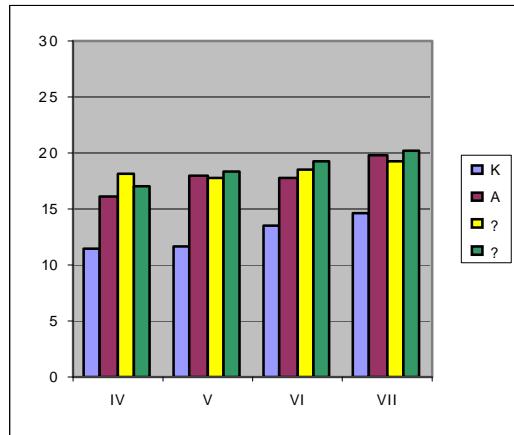
На основу Табеле 2. као и Слике 1. можемо запазити различити ефекат наставних приступа. Иако су сва три приступа имала позитиван ефекат на знање ученика могу се уочити и неке разлике. На основу досадашње анализе, симболички приступ почевши од петог разреда има најјачи позитиван ефекат у смислу обухватања целокупне популације ученика, док се код друга два приступа може видети већи распон,

Табела 2. Симболичке групе са различитим наставним приступом

Група	Контролна	Акционна	Иконичка	Симболичка
N	98	111	93	90
R	16	19	17	19
Min	5	8	10	7
Max	21	27	27	26
M	12.8	17.96	18.42	18.91
me	13	18	19	19
mo	13	20	20	18
S2	11.59	15.36	12.46	11.66

односно неуједначеност ефекта наставе на различите ученике.

Резултати истраживања указују да се у датој популацији, почевши од VI разреда може очекивати успех у формирању основе за упознавање појава са неизвесним исходом. Закључујемо на основу поређења статистика и графичког приказа да постоји разлика између успеха експерименталних група са



Слика 1

различитим наставним приступом на тесту и то да су најбоље резултате постигли ученици симболичког приступа, затим иконичког и на крају експерименталног. Овакве резултате објашњавамо генералном орјентацијом програма наставе математике у старијим разредима основне школе ка симболичком приступу.

## Литература

- Брунер, Џ. (1964): Ток когнитивног развоја (адаптирано), *Психологија*, V, бр.1-2, 1972. У Ј. Мирин (приредио) *Зборник радова из развојне психологије*, Савез друштава психолога СР Србије, Београд, 1988.
- Брунер, Џ.(1996): *Култура образовања*, Загреб, Едука.
- Bruner, J. S. & Bornstein, M. H. (1989): On Interaction. U M. H. Bornstein & J.S.
- Bruner (Eds.) *Interaction in Human Development*. Hillsdale, W: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Freudenthal, H. (1973): Mathematics as an Educational (2003): Task, Dordrecht, Reidel Publishing Company.
- Freudenthal, H. (1983a): Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. Dordrecht: Reidel.
- Geary, D. C. (1995): Reflections of Evolution and Culture in Children's Cognition: Implications for Mathematical Development and Instruction. In *American Psychologists*, 50(1).

- Hiebert, J & Carpenter, T. P. (1992): Learning and Teaching with Understanding. In D. A. Grows, *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, MacMillan Company: NCTM.
- Марјановић, М. (2003): Didactical analysis - a plan for consideration, *The Teaching of Mathematics*, 97-104, vol. VI, 2. The Mathematical Society of Serbia.
- Милинковић, Ј. (2005): Елементи вероватноће и статистике у наставним програмима, *Иновације у настави*, 3, Београд, Учитељски факултет.
- Piaget J. and Inhalder, B. (1951): *The Origin of the Idea of Chance*. London, UK: Routledge & Kegan Paul.

### **Summary**

*The paper is about issues on the choice of representations in teaching basic probability and statistics terms in primary school. There are different forms of representations in teaching mathematics from the point of views of different theoreticians of teaching mathematics about the importance of representation in cognition. There are results shown done on the specimen of primary school students in Belgrade. We show different effects of the teaching approach concerning the choice of presentations and context.*

**Key words:** representation, probability and statistics, context



Мр Валерија Крекић Пинтер  
Учитељски факултет, Сомбор

Изворни  
научни чланак

## Савремене мешовитке трансформације комбинаторике у почетној настави математике

**Резиме:** Осавремењавање почетне наставе математике подразумева, како садржајне, тако и методичке иновације у настави. Анализирајући програме почетне наставе математике неких развијенијих земаља, као и методички приступ одобраним садржајима, стиче се утицај да адекватним корекцијама наставног плана и програма математике у нас, циљ и задаци наставе математике би били успешније реализовани, а исходи тве наставе значајно обогаћени.

Циљ овог рада је да поред основних теоријских поставки и кроз одабране примере илуструје поштре и могућност увођења комбинаторних проблема у почетну наставу математике, да би шиме дали дојринос реализацији основних циљева и задатака наставе математике, схватању законите постапки комбинаторне природе и израђивању менталних слика, па и појмова у областим комбинаторике.

У првом делу овог рада дотакнуће су теоријске, како математичке, тако и дигитално-методичке основе обраде комбинаторних садржаја у почетној настави математике. У другом делу рада дати су модели обраде комбинаторике у почетној настави математике. Приказане су метода експеримент-изре, манипулативна и менталним сликама, илустрована је комбинаторна геометрија. Приказани су и неки одобрани примери у вези са бројевима и словима, као и одговарајући сложенији комбинаторни проблеми.

**Кључне речи:** почетна настава математике, комбинаторика, пропедевтика, методичка трансформација, логичко-комбинаторно мисаљење.

### Увод

Појаве у животу и раду су све сложеније и њихово разумевање захтева све суптилније приступе и методе. Полазећи од

улоге коју образовање има у друштвеном развоју, постоји потреба сталног осавремењавања и повећања квалитета образовања у свим сегментима. То је могуће остварити, пре свега у одговарајућем систему образовања,

који је међу осталима условљен савременим плановима и програмима наставе, добро оспособљеним наставницима, ефикасном образовном технологијом, адекватним уџбеницима итд., дакле, квалитетом образовања у целини. У склопу ових индикатора, поставља се и питање: да ли наш програм наставе математике у општем образовању садржи све релевантне елементе који су потребни за схватање разних појава и зависности у животу и раду и у друштву у целини?

Без логичко-комбинаторног мишљења ни свакодневни живот, нити настава и учење, а посебно, настава математике су незамисливи. Међутим, логика и комбинаторика експлицитно не фигуришу у нашим програмима почетне наставе математике. Отуда ни моделовање случајних појава, као ни статистичке појаве нису предмет изучавања наставе математике у нас, све до средњег образовања. Зар не би било природније да логичко-комбинаторно мишљење негујемо, примењујемо и изучавамо од почетка васпитања и образовања?

У новије време, међу општим циљевима и жељеним исходима обавезног основног образовања значајно место заузимају:

- решавање једноставних логичко-комбинаторних проблема који се односе на преbroјавање објекта, откривање правилности у низовима бројева или објекта,
- идеје и модели комбинаторике у разним применама математике итд.

Узимањем у обзир разних могућности распореда, груписања или избора предмета, касније и апстрактних елемената, анализа тих могућности, одређивање укупног броја могућности, евентуално одређивање оптималне варијанте или вероватноће појављи-

вања јављају се као нове идеје у оквиру програма почетне наставе математике. Решавање оваквих проблема имплицира креативан приступ и примену нових метода и техника, као што су метода откривања, проблемска метода, метода претпоставке, кибернетичке методе, графови, разни дијаграми, таблице, скupови и сл. Да ли су наши наставници, па и наша методика наставе математике, спремни да прихватају ове нове идеје, садржаје и методе у почетној настави математике?

У програмима почетне наставе математике неких развијенијих земаља већ од првог разреда основне школе јављају се "тешке" теме, као што су логика, скupови, комбинаторика, вероватноћа и статистика, али на "лак начин". С обзиром на узраст деце на овом нивоу образовања, процеси и дometи сазнања су ограничени превасходно на оно што је конкретно, материјално, очигледно. На путу ка изграђивању *ајсіпрактичних* појмова значајну улогу играју разни примери (кроз игру, испитивање случајева, симулације) и одговарајућа *ментална слика*, која се формира на основу личне и индивидуалне пројекције на *објективни*, спољни свет. Игра, симулације и истраживања случајева се јављају и одвојено и истовремено, и то у различим комбинацијама. Суштина је у томе да се формирају математичких појмова приступа спирално, полазећи од манипулација стварима, дидактичким материјалом, преко истраживања случајева и симболичне симулације.

Дакле, могли би претпоставити да већ на почетку математичког образовања и васпитања постоје одређене психолошко-педагошке и дидактичко-методичке потребе и могућности за пропедевтику оних друштвено корисних области, као што је, на пример, логика и комбинаторика, који су

дugo сматрани сувише сложеним и суптилним за изучавање у општем образовању.

Проблем савремене методичке трансформације елемената логике, комбинаторике, вероватноће или статистике у почетној настави математике је евидентан, значајан и врло актуелан, али ова проблематика у нашој стручној литератури се скоро и не јавља. Најновија библиографија почетне наставе математике у нас (Шпијуновић, К., 2003), тај недостатак изванредно илуструје. Насупрот овоме, садржаји логике и комбинаторике, иако имплицитно, у све већој мери се јављају у садржајима почетне наставе математике и у нас.

Рано увођење комбинаторике се сматра за једно од најбољих средстава за развијање креативности код ученика и за одличну основу за формирање менталних слика и математичких појмова из те области.

То су доминантни аргументи, због чега се са методичком трансформацијом комбинаторике у почетној настави математике вреди темељније бавити. Сложене проблемске ситуације и њихово разрешавање пожељно би било приближити сваком детету. Неко од њих можда никад неће ова почетна математичка знања издићи на теоријски ниво, али ће у животу бити спремније и сналажљивије упознајући разне проблеме комбинаторне природе и интуитивни начин њиховог решавања.

### **Математичке основе занимања у области комбинаторике**

Математичке основе занимања у области комбинаторике у почетној настави математике чине: комбинаторни принцип суме, комбинаторни принцип производа, перmutације, комбинације и варијације.

Не улазећи у детаље, изнеће се само основне математичке дефиниције ових појмова и навешће се њихови математички модели.

#### **Комбинаторни принцип суме**

Нека су  $A$  и  $B$  дисјунктни скупови и нека је  $\text{card}(A) = m$  и  $\text{card}(B) = n$ . Број начина да се изабере један елеменат из скupa  $A$  или скупа  $B$  је  $m + n$ .

Понекад се ова дефиниција користи у следећем облику: Ако се од две операције, које се искључују, једна може извршити на  $m$  начина, а друга на  $n$  начина, онда се прва или друга операција (једна, било која од њих) може извршити на  $m + n$  начина.

#### **Комбинаторни принцип производа**

Нека су  $A$  и  $B$  непразни коначни скупови и нека је  $\text{card}(A) = m$  и  $\text{card}(B) = n$ . Број начина да се изабере један елеменат из скупа  $A$  и један елеменат из скупа  $B$  је:  $m \times n$ .

Односно: Ако се једна операција може извршити на  $m$  начина, а после тога друга операција на  $n$  начина, онда се обе операције једна за другом могу извршити на  $m \times n$  начина.

#### **Пермутације без понављања**

Пермутација без понављања скупа од  $n$  елемената је свака уређена  $n$ -торка различитих елемената тог скупа.

Ако број пермутација без понављања означимо са  $P(n)$ , онда је:

$$P(n) = n!$$

### **Пермутије са понављањем**

Пермутације са понављањем скупа  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_r\}$  је свака уређена  $n$ -торка елемената из  $A$  у којој се сваки елемент  $a_i$  појављује  $k_i$  пута,  $i = 1, 2, \dots, r$ , и где је  $n = k_1, k_2, \dots, k_r$ .

Ако је  $P(n, k_1, k_2, \dots, k_r)$  број пермутација са понављањем скупа од  $n$  елемената у којима се  $i$ -ти елемент појављује  $k_i$  пута, при чему  $i = (1, 2, \dots, r)$  и  $k_1 + k_2 + \dots + k_r = n$ , онда је:

$$P(n, k_1, k_2, \dots, k_r) = n! / k_1! k_2! \dots k_r!$$

### **Комбинације без понављања**

Комбинација  $k$ -те класе без понављања скупа од  $n$  елемената,  $k \leq n$ , је сваки његов подскуп који садржи  $k$  - елемената.

Ако је  $C(n, k)$  број комбинација  $k$ -те класе без понављања скупа од  $n$  елемената, онда је:

$$C(n, k) = \frac{n!}{k!}$$

### **Комбинације са понављањем**

Комбинације  $k$ -те класе са понављањем скупа од  $n$  елемената је свака неуређена  $k$ -торка (не обавезно различитих) елемената тог скупа.

Ако је  $\underline{C}(n, k)$  број комбинација  $k$ -те класе са понављањем скупа од  $n$  елемената, онда је:

$$\underline{C}(n, k) = \frac{(n+k-1)!}{k!}$$

### **Варијације $k$ - те класе без понављања**

Варијације  $k$ -те класе без понављања скупа од  $n$  елемената је свака уређена  $k$ -

торка ( $k \leq n$ ) различитих елемената тог скупа.

Ако је  $V(n, k)$  број варијација  $k$ -те класе без понављања скупа од  $n$  елемената, онда је:

$$V(n, k) = n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)$$

### **Варијације $k$ - те класе са понављањем**

Варијације  $k$ -те класе са понављањем скупа од  $n$  елемената је свака уређена  $k$ -торка (не обавезно различитих) елемената тог скупа.

Ако је  $\underline{V}(n, k)$  број варијација  $k$ -те класе са понављањем скупа од  $n$  елемената, онда је:

$$\underline{V}(n, k) = n^k.$$

## **О могућностима обраде комбинаторике у почетној настави математици**

У основној школи се не може говорити о теорији комбинаторике, него само о пропедевтици одговарајућих појмова, да кроз разне доживљаје ученици стичу одговарајућа искуства и знања о тим догађајима, да би тиме дали допринос развијању мишљења и способности ученика, као и формирању њихових ставова у вези са тим проблемима.

Почетна настава математике, по правилу, заснива се на конкретним активностима ученика, на игри, на интуицији, на доживљавању конкретних операција. Ова искуства представљају основу за сазревање, разумевање, схватање и примену апстрактних математичких појмова и модела.

Савремена методика почетне наставе математике, уважавајући психолошко-педагошке и методолошко-методичке основе те наставе познаје и признаје многе приступе почетној настави математике као што су:

- приступ математици кроз игру са предметима и дидактичким материјалом, кроз коју деца отварају аистрактне структуре квантитативних односа у објективној стварности;
- природњачки приступ настави математике, који се базира на релацијама са природом, на експериментима;
- кибернетичко-моделски приступ настави, који се заснива на идејама и техникама математичко-кибернетичког моделовања, итд.

Хипотеза је: садржајма комбинаторике у почетној настави математике највише би одговарао један комбиновани приступ, који у први план ставља игру, али уважава и експеримент и кибернетичко-моделски приступ, наравно, уважавајући постулатност увођења математичких појмова и модела.

### Модели обраде комбинаторике у почетној настави математике

На почетку обраде комбинаторике, кроз игру, изучавају се распореди предмета, особа или неког дидактичког материјала, дакле, врше се перmutације конкретних еле-

мената. Затим од три, четири или више елемената формирају се подкупови од мањег броја елемената, стварајући тиме комбинације, касније и уређени подкупови варијације, као и уређени парови из елемената два скупа (лутке и хаљине, девојчице и дечаци и сл.).

На почетку није потребно утврђивање броја свих могућих пермутација, комбинација или варијација. Касније у једноставнијим случајевима тај захтев се може поставити, а у четвром разреду се већ инсистира на изналажењу свих могућности у комбинаторним задацима (наравно, без коришћења формула). Комбинаторни задаци у почетку се "решавају" кроз експерименте-игре, манипулацијом стварима, затим код сложенијих проблема, црта се дрво догађаја, користи се таблицама и низовима итд.

Циљ овог рада је да поред основних теоријских постулатки кроз одабране примере илуструје постrebе и могућностима увођења комбинаторних проблема у почетну наставу математике, да би тиме дали дојринос реализацији основних циљева и задатака наставе математике, схватању законите постулатки комбинаторне природе и израђивању мениталних слика, па и појмова у области комбинаторике.

### ПРИМЕР 1.

**Експеримент - игра:** Поређати три круга (предмети: првене, жуте и беле боје) на различите начине.

Сваки ученик има своје кружиће. Играјући се, врше експеримент и долазе до различитих решења. Неки ће доћи до једног или два решења, док ће други пронаћи више могућности (највише 6 могућности).

Задатак омогућава ученику следеће:

- активности у манипулацијама стварима,

- сваки нови распоред предмета представља доживљај откривања,
- не може се погрешити, евентуално може да се понови већ виђено решење, или решење осталих ученика,
- подстицање на проналажење нових решења,
- може да се појави и неко некоректно решење (нпр. кругове сложи један на други, итд.).

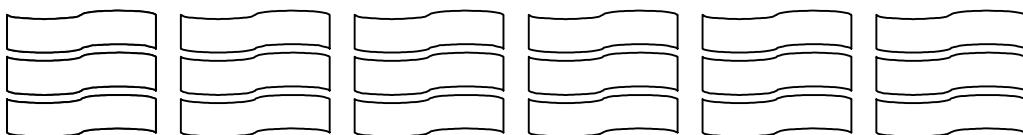
### **ПРИМЕР 2.**

**Задацик:** На колико начина можемо обојити заставе, ако користимо три боје (црвену, ћлаву и зелену)? Свака застава треба да буде тробојна!

Анализирајмо задатак:

- морамо користити три боје,
- свака застава треба да је различита,
- једну боју само једном можемо користити на истој застави.

Моделовање задатка:



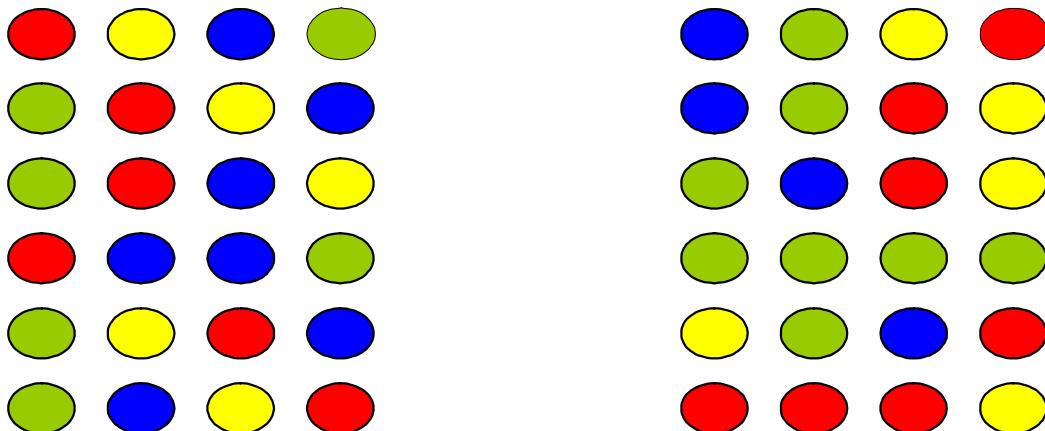
Решење задатка:



**Одговор:** На шест начина можемо обојити заставе.

Након решења задатка можемо га проширити:

- Обојимо кружице са четири боје (црвеном, жућом, ћлавом, зеленом), тако да је сваки ред кружића обојен на различити начин (кружићи у истом реду могу, али и не морају бити различитих боја).
- Одреди што већи број могућности!



итд.

### ПРИМЕР 3.

**Комбинаторна геометрија:** Дајо је шест тачака у равни. Колико правих, односно дужи могу одредити ове тачке?

Нека ученици почињу сами да решавају овај задатак.

Вероватно ће бити пуно идеја и још више различитих резултата.

Дискусију треба усмерити у следећим правцима:

- Да ли постоји систем у пребројавању правих или дужи?
- Како утиче распоред тачака на добијене резултате?
- Да ли је број правих и дужи истоветан у сваком случају?
- Како можемо уопштити овај проблем (на већи број тачака)?
- Како се проблем решава "теоретски"?

### ПРИМЕР 4.

**Бројеви и слова:** Даји су бројеви: 0, 1, 2, 3.

Колико четвороцифрених бројева се може написати са овим цифрама?

Колико троцифрених и двоцифрених бројева се може написати помоћу тих цифара?

Добијене бројеве напиши јо величини!

Посебну пажњу вља посветити могућности понављања цифара у истом броју и улози цифре 0.

- Шта би се десило да смо уместо четири цифре узели четири слова (нпр. а, б, и, к)?

- Шта би у овом случају значио редослед "по величини"?
- Напиши тај редослед!

Такође је занимљиво уочити речи који имају значење и "речи" који то немају, као и "лексикографски" распоред речи.

### **ПРИМЕР 5.**

*Задатак: Школски другови, Бранко, Петар, Мирко и Стојан требало би да поделе између себе два поклона, једну књигу и једно наливјеро. Написали су на папирај своја имена и ставили су их у капу. Појтом су извлачили, прво име добитника књиге, а затим име добитника наливјера.*

На колико начина су могли добити резултат, ако после првог извлачења нису вратили име добитника?

Анализа задатка:

- између четири ученика треба поделити два поклона,
- један ученик не може да добије оба поклона.

Моделовање задатка:

- набрајањем:

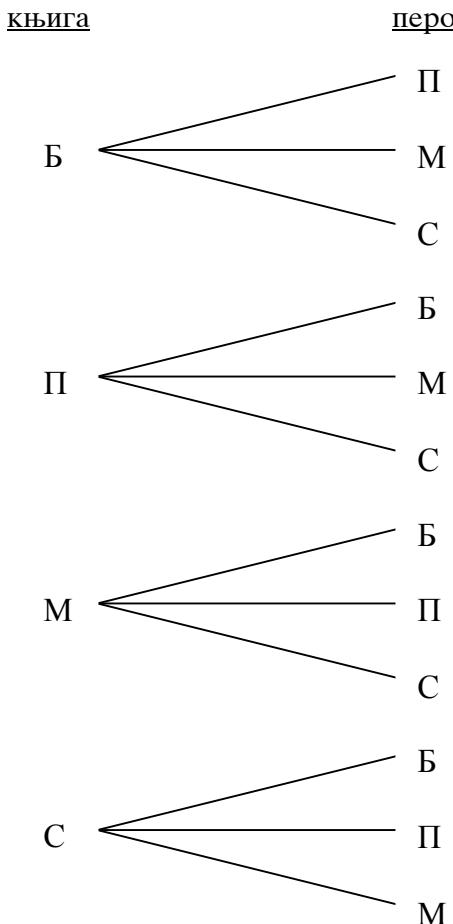
(Пишемо иницијале имена!)

књига	Б	Б	Б	П	П	П	М	М	М	С	С	С	С
перо	П	М	С	Б	М	С	Б	П	С	Б	П	С	М

- методом таблица

књига перо	Б	П	М	С
	Б	-	БП	БМ
П	ПБ	-	ПМ	ПС
М	МБ	МП	-	МС
С	СБ	СП	СМ	-

- методом "дрвећа"



Решење задатка у сваком случају је: 12

*Одговор: На 12 начина су могли добити резултат.*

**Модификација задатка:** На колико начина су могли добити резултат, ако су после првог извлачења вратили име добитника?

Анализа новог задатка:

- између четири ученика треба поделити два поклона,
- један ученик може да добије оба поклона.

Моделовање задатка:

- набрајањем:

књига	Б	Б	Б	Б	П	П	П	П	М	М	М	М	С	С	С	С
перо	Б	П	М	С	П	Б	М	С	М	Б	П	С	С	Б	П	М

- методом таблица

књига	<b>Б</b>	<b>П</b>	<b>М</b>	<b>С</b>
перо	ББ	БП	БМ	БС
<b>Б</b>	ПБ	ПП	ПМ	ПС
<b>П</b>	МБ	МП	ММ	МС
<b>М</b>	СБ	СП	СМ	СС
<b>С</b>				

*Одговор: На 16 начина су могли добити резултат.*

Ученици кроз решавање оваквих проблема могу доћи до следећег:

- кроз разне доживљаје стичу утисак и искуства о комбинаторним правилима и принципима, која могу употребити и у другим областима,
- кроз игру комбинујући истражују, процењују и проверавају резултате,
- врши се пропедевтика основних појмова комбинаторике (наравно, без назива, симбола, односно формула),
- уочавају да по неком правилу треба поређати елементе неког скупа (или неколико скупова) или према неком својству треба изабрати подскупове из неког скупа објекта,

- касније, одређују укупан број свих могућих распореда предмета (елемената), тј. број свих начина на које се могу обавити неке операције,
- утврђују да ли постоји неки дати распоред елемената неког скупа, односно проналазе поступак за одређивање траженог распореда елемената (објекта) и сл.,
- постоји могућност повезивања ових садржаја са ранијим знањима,
- развијање комплетног мисаоног апаратса, посебно логичко-комбинаторичког мишљења,
- развијање креативности, воље, упорности и концентрације,

- омогућава се вежбање моћи запажања, повезивања, комбиновања, систематизовања података, читања цртежа, рационалисања рачунања итд.

Дакле, комбинаторика кроз низ специфичних захтева у мишљењу детета, позитивно утиче на развој креативне личности, која ће бити у могућности да ствара, открива, да проналази нова решења. Пружа могућност диференцијалног и индивидуализованог рада, испољавања богатства идеја, оригиналности, флексибилности и сл. Осетљивост за проблем, самостални стваралачки рад, слобода мишљења и маште, сви су такви индикатори наставе који подстичу ученике на усмерену, сређену и уредну делетност, на рад, на јачање воље, на умни напор, на логичко-комбинаторно мишљење.

### **Закључак**

На основу изнетог може се проценити значај образовних и практичних, а посебно васпитних ефеката почетне наставе комбинаторике. Посебно је вредно истаћи стицање искуства, вештине, навике, па и одређеног почетног знања у овој области, која су потребна за схватавање многих појава и зависности у животу и друштву, што је од изузетне важности са аспекта остваривања основног циља и задатака наставе математике у основној школи.

Сумирајући овај приказ у целини, могли бисмо закључити следеће:

- *Занемаривање идеја и одговарајућих садржаја из комбинаторике и из неких других области (вероватноће, статистике, итд.) значајно осиромашује нашу Јочејину наставу математици;*
- *Садржаји из комбинаторике су близки и интересантни ученицима. Ови садржаји, применом адекватних методичких решења, могу бити успешино реализовани (наравно, без формализације).*

Методичка артикулација комбинаторике у почетној настави математике је сложено питање, пре свега психолошко-методичко и практично, али је решиво, неке средине већ имају одређена искуства у овој области (САД, Мађарска итд). Идеје и неки први кораци већ су и код нас у недавној прошлости дати од наших методичара и практичара, али су потребне и евентуалне корекције у нашим наставним програмима које би уважиле ове концепције, као и претходна темељна теоријска и конкретна емпиријска истраживања у нашим условима. Имајући у виду да су промене у школству започете и код нас, треба очекивати брзо и адекватно еваулирање таквих предлога, а затим и примену позитивно вреднованих резултата и у нас.

## **Литература**

- Дејић, М., Егерић, М. (2003): *Методика наставе математике*, Јагодина, Учитељски факултет.
- Херцег, Д., Петровић, Н., Херцег, Ђ. (2000): *Математичке таблице*, Нови Сад, Тодор.
- Czeglédy, I., Orosz, Gy., Simkovics, A., Szalontay T., (1984): *Matematika tantárgypedagógia I.-III.*, Budapest, Calibra Kiadó.
- Пинтер, Ј. (1997): *Математичко моделовање у почетној настави математике*, Сомбор, Учитељски факултет.
- Пинтер, Ј., Крекић, В., Ђетковић, А. (2002): *Методички приручник из математике*, Београд, Завод за уџбенике и наставна средства.
- Радни материјал 4. Републичког специјализованог семинара о настави математике у низим разредима основне школе одржан 13.02.2005.год. у Београду у организацији КММ "Архимедес" Београд.

## **Summary**

*Updating basic mathematics teaching implies both contents and methodological innovations in this kind of teaching. Analysing programmes of basic mathematics teaching of some developed countries, as well as methodological approach of selected contents, we can say that adequate corrections of the curriculum of mathematics in our country, aims and tasks of teaching mathematics could be more successfully realised and the outcome would be significantly enriched.*

*The aim of this paper is, apart from basic theoretical assumptions, to illustrate through chosen examples, needs and possibilities of introducing combination issues into basic mathematics teaching. This could contribute to realisation basic aims and tasks of teaching mathematics, understanding lawfulness of combination nature in building mental images and terms concerning the area of combination.*

*The first part of this paper is about theoretical, mathematics and didactic-methodological bases of processing combination contents in the basic teaching mathematics.*

*In the second part, there are models of processing combination in the basic mathematics teaching. There is the method of the experiment-play, manipulating things and mental images, combination geometry was illustrated, and some chosen examples were shown concerning numbers and letters, as well as some complex combination issues.*

**Key words:** basic mathematics teaching, combination, methodological transformation, logical-combination thinking.



Мр Маријана Зељић  
Учитељски факултет, Београд

Кратки научни  
прилог

## Методички оквири за разраду математичких појмова<sup>1</sup>

**Резиме:** Математички појмови далеко су апстракцији од појмова из свакодневног живота. Специфичношћ учења математичких појмова лежи у апстрактностима и уопштењима. Они се не могу формирати стручано (у сусрету с реалношћу), већ само индиректно, уз помоћ оних који њима већ владају, тј. наставника. Формално гледано, математички појмови увек су истини, па њихово усвајање зависи од добро простирања и умешности њихове обраде. Добро простирање простирају наставни подразумева квалиитетно осмишљавање и довезивање садржаја, процеса и активности усмерених на остваривање циљева.

**Кључне речи:** апстракција, релационо разумевање, инструментално разумевање, концептуалне анализе.

### Апстракција - мост између опажања и мишљења

Математички појмови резултат су великог броја апстракција које произилазе из апстракција, које опет произилазе из неких апстракција, итд. Чак и теме као што су бројање или множење као примере користе појмове који су апстрактни. Учење математичких појмова пролази пут од ин-

туиције до апстракције. Значење појмова се у почетној настави математике мора ослањати на чулне представе.

Присутно је мишљење да опажање представља само оно што чула примају када су подстакнута спољашњом околином. Да ли опажањем можемо назвати просту пројекцију предмета на мрежњачи док гледамо тај предмет? Ако посматрамо аутомобил у даљини, његова пројекција на мрежњачи мања је од пројекције поштанског сандучета које је близу нас, али ми величину аутомобила доживљавамо као нормалну. Наше опажање није лишено мишљења, тј. мисли утичу на опажање.

<sup>1</sup> Рад је написан у оквиру научноистраживачког пројекта *Промене у основношколском образовању - проблеми, циљеви, стравитељи* (бр. 149055), Учитељски факултет, Универзитет у Београду.

Основна црта виђења јесте активна селективност. Осетљивост мрежњаче ограничена је и око мора да издвоји неку тачку која постаје изолована. Оштрина ока тако опада да је при померању од  $10^{\circ}$  од основне фиксације она сведена на петину. Човек мора да контролише избор дражи. Ограничавање оштреог вида захтева интелектуално усредсређивање на неки предмет и занемаривање онога што није предмет пажње. То представља вид сазнајног понашања, односно решавања проблема. Понахи одговарајући опсег проблема, готово да је исто што и понахи његово решење. Начин посматрања зависи од сазнајног задатка, тј. колико је контекст битан за разумевање ствари, колико су битне структуралне одлике предмета које су скривене мноштвом појединости. Размишљање о неком предмету зависи од начина његовог опажања и зато неподобан опажај може да поремети мисли.

У опажању леже почеци образовања појмова. Природа опажаја састоји се од активног примања структурисаних облика. Видети предмет значи видети га у односима. Како видимо предмете који стоје у неком односу, тј. када се неколико елемената сагледавају као јединствени склоп? Најједноставније правило које управља тим односима јесте правило о сличности. Сличност ствара опажајне групације. Ако, на пример, на сто насумице ставимо црне и беле жетоне, видећемо да се црни истичу у односу на беле жетоне, а површина стола делује "пегаво". Али ако беле жетоне поређамо тако да чине праву линију или круг, они ће се истицати у односу на црне жетоне. Значи сличност делује уједињујуће само ако структура склопа упућује на неки однос. Опажање визуелних склопова захтева опажајну ин-

телигенцију, а не своди се на везу по сличности.

Визуелно опажање није пасивно бележење материјала дражи, већ активна дејлатност ума. Опажање се састоји у поимању суштинских одлика предмета. Мисаони елементи у опажању и опажајни елементи у мишљењу узајамно се допуњују и чине јединствен процес који води од примања елементарних чулних информација до најопштијих теоријских идеја. Одлика овог сазнајног процеса јесте то што он на сваком нивоу укључује апстракцију.

У буквалном смислу, апстракција значи нешто негативно. Глагол *abstrahere* значи "извући нешто из нечега". Постоје мишљења да је појам апстрактан ако је лишен свих опажајних премиса, а да се апстрактно мишљење не ослања на чулно искуство. Опажају се појединости, док се мишљење бави општостима, те да би размишљао, човек мора да очисти ум од свега што је опажајно. Раздвајање опажања и мишљења огледа се у уобичајеном раздвајању "конкретних" и "апстрактних" ствари. Тако је "сто" конкретан, а "слобода" апстрактна. Беркли (Berkeley) је први схватио да "једна идеја посматрана за себе јесте посебна, постаје општа тиме што јој се омогућује да представља или заступа све друге посебне идеје исте врсте" (према: Архјам, 1985, стр. 131).

Другим речима, опажај сваког конкретног предмета који стоји пред посматрачем конкретан је ментални садржај. Али сваки предмет постаје нешто опште када стоји уместо низа појединачних случајева. Једна ствар је апстракција ако се посматра као дестилат неке сложеније ствари или мноштва ствари. Нису само физичке ствари

конкретне, већ "апстрактни предмети мисли као што су бројеви, закони, или савршено праве линије јесу стварни делови природе (иако не постоје као посебне ствари, већ као односи или трансформације посебности)." (Архајм, 1985, стр. 131)

Апстракција се традиционално дефинише као збир својстава која су заједничка извесном броју посебних случајева. Према традиционалном начину размишљања, свака апстракција се заснива на уопштавању. Проблем у прихваташњу оваквог схватања апстракције јесте у чињеници да вероватно не постоје две ствари које немају ништа заједничко. Ако би нас свако заједништво одлика наводило да одговарајуће ствари групишемо под један појам, резултат би био безброј груписања. Ми не можемо да одредимо која су својства заједничка једној групи предмета тако што ћемо да проучимо све појединачне чланове те групе, зато што нисмо сигурни да добро апстрахујемо док не испитамо све чланове групе. Са друге стране, можемо да издвојимо посебности а да не утврдимо заједничка својства помоћу којих одабирамо те посебности. То значи да обим појма претпоставља његов садржај и обрнуто. Још 1896. год. Анри Бергсон је јасно дијагностиковао тај "зачарани круг": "Да би се уопштавало, мора најпре да се апстрахује; али да би се апстраховало мора већ да се зна како се уопштава."

Груписању посебних случајева, што је припрема за апстракцију, мора да претходи сама апстракција. Одакле би, ако није тако, долазила мерила за одабир?

Природу апстракције било би једноставно разумети када би она обухватала само издвајање једног или више елемената из

неке целине. Овакав приступ, по Архајму (*исто*), наилази на три тешкоће:

- један те исти елемент не може да се нађе у више од једног примера;
- произвољан одабир елемената не доводи до апстракције која има неко значење;
- просто сабирање заједничких елемената не ствара интегрисан појам.

О суштини једне ствари може се говорити само када се ради о организованој целини у којој неке особине имају кључна места, док су остале периферне. Када кажемо *аистраховаши*, не мислимо на извлачење посебних особина, већ на описивање структуралних својстава.

Фројдентал (Freudenthal, 1973) разликује две врсте апстраховања:

- *компрехензија* - из пуно примера који садрже шум извлачимо карактеристична својства;
- *апрехензија* - "хватамо" својство из примера који најнепосредније исказују карактеристична својства.

Када су основни математички појмови у питању, лакше је говорити о својствима која нису битна (шум), а оно што преостаје представља чист појам који себе одређује својим постојањем.

### **Како бирамо примере**

Већина аутора који се баве питањима наставе и учења наглашава да се појмови не могу увести путем дефиниција ма како оне језгровите и јасне биле. Дефинисати појам

могуће је само онда када онај који треба да га дефинише већ до одређеног нивоа зна оно што треба да дефинише. Тако Скемп (Skemp, 1987) истиче да се нови појам може увести само путем правилно одабране колекције примера, а како су у математици примери по правилу опет појмови, нужно је да они буду већ формирани у уму особе (ученика) која учи. Појам никог реда прво мора да се представи, што омогућава следећи корак апстракције. То значи да пре него што представимо нови појам, морамо да откријемо појмове који воде до њега и за сваки да откријемо појмове који су до њих довели и тако док не пронађемо примарни појам или искуство на које можемо да се ослонимо. Ако се не разуме одређени ниво при изградњи структуре сукцесивних апстракција, немогуће је наставити даље. За сваки ниво апстракције потребни су додатни појмови. Када је то урађено може да се направи одређени план, који се ученицима представља у виду сазнјног задатка.

Изабрати одговарајућу колекцију примера теже је него што се чини на први поглед. Примери морају имати заједничке особине које формирају појам. Они морају толико да личе да би се апстраховали, а са друге стране да се разликују довољно да би могли да одбаце особине које не одговарају том појму. Састављање одговарајуће колекције примера захтева инвентивност и врло јасну свесност о појму који треба усвојити. Значи, наставник тражи примере, не бира их произвољно. Он мора одбацити нејасне случајеве и занемарити непотребна понављања. Наставник мора знати да свесно раздвоји битне кораке који воде од чулних форми ка апстракцији. Ти кораци имаће тражени ефекат откривања општег у поједи-

иначном само на основи коју чини детаљна анализа математичке структуре појмова.

Да би превазишли "апстрактност" наставници често математику повезују са "животним ситуацијама". То може да доведе до тога да ученик у задатку не препозна битне односе, јер се усредсређује на опис животне ситуације. У првим разредима основне школе за представљање информација обично користимо илустрације као део симулиране стварности, а затим те информације представљамо парадигматским сликама. Слика се оживљава причом с намером да се истакну битна својства. Тај захтев понекад се погрешно тумачи, па у савременим школским уџбеницима наилазимо на комадиће аритметике скоро утопљене у визуелно лепе илустрације које не изражавају право значење. Али када су функционалне, илустрације представљају прави начин за представљање математичке структуре. Иконичко представљање чува значење и представља први корак у учењу јер, како је Кант рекао, "концептуализација без перцепције била би празна". Добро осмишљена илустрација мора јасно одражавати математичку структуру појма. На пример, два пута која се укрштају математички сагледавамо као две линије које се секу. Метода прелаза преко 10 неће деци бити јасна тако што ћемо "сабирати" јабуке и крушке. А посебно је бесмислен покушај да се "оживе" први и други сабирак. Објектима манипулишемо, а њима не оперишемо. Активност груписања објеката предигра је за операцију сабирања, али сабирати можемо само бројеве, а не објекте. Важан захтев, који морамо имати у виду при избору дидактичког материјала, јесте да он мора да буде правилно структурисан. Дидактички материјал мора подупирати

декадну основу бројног система. То значи да елементе слажемо у стандардне гомилице од по десет елемената. Користећи такав материјал омогућићемо деци да спонтано усвајају сабирање и одузимање преко десетице и остале аритметичке садржаје. Рад са неструктурисаним материјалом блокирао би учење већих збирива у оквиру блока бројева до 100. У прилог наведеној тврђњи говори и Фројденталов захтев да материјал који користимо при обради рачунских операција треба да буде хомоген и структурисан. Ученици треба да науче да раде и са неструктурисаним материјалом, а пре свега да науче да га структуришу. Фројдентал каже да је рад са неструктурисаним материјалом "теоријска забава" која има мало везе са учењем аритметике. Бројевни систем је логички конвенционално структурисан кроз месну вредност цифре.

Тако Скемп говори о "ситуацијама учења" које резултирају формирањем математичких појмова и грађењем математичких шема (система појмова), а које треба да задовоље следеће захтеве (Skemp, 1993, стр. 5):

- примери треба да буду такви да садрже најмању могућу количину ирелевантних информација које треба игнорисати при формирању појма (тј. мало шума);
- треба да постоји одређени број примера блиских у времену;
- у једној временској јединици треба уводити само један нови појам;
- ученици треба да имају већ развијене примарне схеме, тако да могу да прикључе нов појам одговарајућо

схеми и на тај начин уче са разумевањем.

Настава треба да буде вођена од значења према језичком и симболичком изражавању тог значења. Кроз низ активности са материјалом из природног и сликаног окружења формирају се унутрашње представе. Ове представе везују се за речи из природног и стручног језика, као и за симболичке математичке кодове. Тек касније можемо очекивати аутоматизовану манипулацију симболима без везивања за значење.

Процедуралним активностима (пример по пример) синтетизује се појам из низа адекватних примера, а овај појам даље асоцира нове примере путем декларативних активности.

### **Шта подразумевамо под учењем са разумевањем?**

Можда ће неко помислiti да је сувишно поставити овакво питање. Али да ли сви наставници (математику) једнако схватају и примењују овај захтев?

Скемп разматра два типа разумевања: инструментално и релационо. Он чак говори о томе да наставници под истим називом *математика* предају два различита предмета (инструменталну и релациону математику). Инструментално разумевање означава да је појединач у могућности да успешно манипулише симболима, али су они одвојени од појмова које репрезентују. Под инструменталним разумевањем подразумева се знање правила и чињеница и њихова проста примена. Другим речима, задатак се решава коришћењем правила која су најчешће научена напамет. Ако учитељ "објасни" да се површина правоугаоника израчунаva при-

меном формуле  $P = a \times b$ , а у случају неразумевања појасни "да се површина правоугаоника израчунава тако што се помножи мерни број дужине са мерним бројем ширине правоугаоника", ученици ће вероватно успешно решавати једноставне примере. Без обзира на ефикасно долажење до тачног решења, такво решавање задатака не значи стварно разумевање појма површине. Или ми можемо ученике учити појединостима из аритметике а да им не кажемо шта то значи. Наставник ошире активност у виду јасних алгоритама који постају водиље без икакве представе о смислу активности. Имитирајући наставника, ученици успевају да овладају операцијама са тог нивоа, али те структуре нису резултат стварног разумевања. Ученици морају научити да рачунају разумејући општу структуру акције, што представља релационо разумевање. Релационо разумевање настаје када ученик уме вешто да барата појмовима користећи њихова својства и међусобне релације и састоји се у грађењу појмовне структуре (шеме).

Разлику између два типа разумевања можемо објаснити и на нематематичком примеру.

Ако је нека особа први пут у неком граду, она може брзо научити неколико појединачних праваца (од места А до места В, од места А до места С). Особа са сетом фиксираних планова може наћи свој пут од одређене групе стартних тачака до одређене групе циљних тачака. Карактеристика једног плана јесте да каже особи шта да ради у свакој одређеној тачки (скрени лево код цркве, па десно код поште итд.). Ако у било којој етапи направи грешку, особа ће бити изгубљена уколико није у стању да рекон-

стрише своје кретање и врати се на праву стазу. Насупрот томе, особа која је у свести створила менталну мапу града, може направити много планова уз помоћ којих ће усмеравати своје кретање од било које тачке до било које тачке. Ако и направи погрешан корак, она ће знати где је, па ће бити у стању да исправи своју грешку не губећи се, чак ће и научити нешто из тога.

Постоји аналогија између овог примера и учења математици. Учење које води ка инструменталном разумевању састоји се од учења већег броја правила уз помоћ којих ученик решава конкретни задатак. За сваки нови проблем потребно је научити ново правило. Али не заборавимо да учење не треба само некуд да нас одведе већ треба да нам омогући да одемо још даље.

Што се тиче односа инструменталног и релационог разумевања, постоји парадокс. Релационо учење је теже, али се лакше памти. Ученик ће брже научити да је површина троугла  $P = \frac{ab}{2}$  него зашто је то тако. Али не заборавимо, ученици ће касније учити и површину трапеза, паралелограма итд. Релационо учење подразумева сагледавање површине трапеза и паралелограма у зависности од површине троугла. И даље је потребно знати одвојена правила, али знање о томе како су она повезана омогућује да се памте као делови повезани у целину, што је лакше.

Математички појмови традиционално се посматрају као "готов производ" (термин преузет од Фројдентала). То значи да се математичка достигнућа, једном створена, уобличавају као готов производ и учење се своди на усвајање појмова у том облику. Многи аутори уџбеника, а вођени уџбе-

ницима и наставници, математику третирају као скуп дефиниција и алгоритама, а активност ученика своде на рецитовање дефиниција и механичку примену поступака рачунања. Таква настава нуди само крајњи производ математичких открића, а не открива ученицима процесе којима се дошло до решења. На тај начин се ученици уче математичкој мисли, а не математичком размишљању. Ради стварања разумне апстракције, појам треба да буде генеративан. Он треба да нам пружи потпунију слику од оне коју ствара сам појам. Многи аутори уџбеника, а и наставници вођени тим уџбеницима, интерпретирају математику као "готов производ". Они крећу од дефиниције појма у готовом облику, а затим траже од ученика да ту дефиницију механички понављају иако не схватају њено значење. Затим следе задаци у којима се очекује од ученика да се то "знање" примени. Али такво "знање" није трајно ни оперативно. Овакав приступ може блокирати даље учење. Усвајање математичких појмова обликованих као "готов производ" неће довести до разумевања тих појмова.

Такав приступ служио би развоју декларативног знања које није процедурално утврђено. Примена математике не подразумева замену нумеричких вредности у формулама. Математика се примењује стварањем нечег новог изнова, сваки пут. У настави је битно пратити генеричке процесе да би се видело како настају појединачни математички појмови. Важно је да ученик сам пролази кроз активности кроз које појмови стичу значење. Ученик, вођен од стране наставника, кроз активности посматрања, класификовања, издвајања, именовања и симболичког записивања пролази кроз процесе који воде стварању појмова. Ови процеси и активности разликују наставу математике од њеног формалног садржаја у коме се појмови виде као "готови производи". Још је Сократ говорио да наспрот "готовој" математици стоји математика "*in statu nascedi*" (у стању рађања). И данас важи став да метод "поновног открића математици" треба да буде основни принцип математичког образовања.

#### **Литература:**

- Арихјам, Рудолф (1985): *Визуелно мисиљење (јединство слике и појма)*, Београд, Универзитет уметности.
- Дејић, Мирко, Егерић, Милана (2003): *Методика наставе математике*, Јагодина, Учитељски факултет.
- Марјановић, Милосав (1999): "A broader way through themes of elementary school mathematics", I, *The Teaching of Mathematics*, Vol. II, 1, p.p. 41-58, Belgrade.
- Марјановић, Милосав (1999): "A broader way through themes of elementary school mathematics", II, *The Teaching of Mathematics*, Vol. II, 1, p.p. 81-103, Belgrade.
- Skemp, Richard, R. (1976): "Relational Understanding and Instrumental Understanding", *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.
- Skemp, Richard, R. (1987): *The Psychology of Learning Mathematics* (expand American edition), Hillsdale, New Jersey, Lawrence Erlbaum.

- Skemp, Richard, R. (1993): Theoretical Foundations of Problem Solving, A Position Paper.
- Freudenthal, Hans (1973): *Mathematics as an Educational Task*, D. Reidel Publishing Company / Dordrecht - Holland.

### **Summary**

*Mathematical terms are far more abstract than terms from everyday life. Particularities of learning mathematical terms lie in abstract and general being. They cannot be formed spontaneously (facing reality), but only indirectly, with the help of those who have already mastered them, i.e. teachers. Formally seen, mathematical terms are always the same, so their adoption depends on well-studied approach and skilfulness of their processing. Well-studied approach to teaching means quality making and connection of contents, processes and activities focused to aims realisation.*

**Key words:** abstraction, relation understanding, instrumental understanding, and conceptual analysis



**Др Миодраг Рашковић, Др Небојша Икодиновић**  
Учитељски факултет, Београд  
Природно-математички факултет, Крагујевац

**Изворни  
научни чланак**

## ***Наслава математике - између идеје и рушине -***

**Резиме:** У чланку ће бити изложена нека искустива стечена у вишегодишњем раду са младим математичарима различитог узраста. Циљ је, пре свега, да се укаже на начине учења и разумевања математичких садржаја, а нарочито на њихове који повезују разне проблеме са њиховим решењима и преко којих упознајемо највећи део математике.

**Кључне речи:** настава математике, решавање проблема, идеја, рушина.

### **Увод**

Математика је предмет са којим се, поред материјег језика, срећемо на самом почетку школовања. Разлога за то има доста; на ведимо, примера ради, један од закључака конференције УНЕСКО-а о образовању: "Математика и њен стил размишљања морају постапи саславни део окоште културе савременог човека, човека који се образује у данашњим школама, без обзира да ли ће он вршићи посао који користи математику или не." (Према С. Прешић и др., 1999).

Зато је веома одговоран и, у исто време, нимало лак посао одредити шта треба да научи млади нараштај и на који начин. Унапређивање наставе, наставних програма и метода рада требало би да буде један од главних задатака свих који су укључени у подучавање младих. Велики значај посвећује се и

проблему на који начин настава математике, на разним нивоима школовања, треба да практисти достигнућа математике као науке. Проблем није нимало једноставан будући да математику сви уче током десетак најбурнијих година сазревања (од 7 година до пунолетства). Тако, најпре се упознајемо са интуитивном математиком или, боље речено, стварамо интуитивне представе о разним апстрактним математичким појмовима као што су: број, бројање, тачка, права, паралелне праве, тачно, нетачно, скуп и тако даље. Често је та интуиција противречна, па стога и непоуздана, што је и велики мотив за строго логичко заснивање које недостаје овој врсти математике. Наредна три примера су добра илustrација тла на које наилазимо следећи само интуицију. Како интуитивна математика оставља веома јак печат на образовање, њен значај је веома велики.

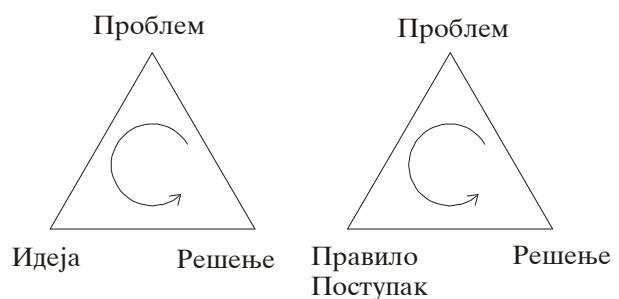
**ПРИМЕР:** Знања о скуповима стичемо неформално и интуитивно, кроз учење и увежбавање математике. Прво се упознајемо са скуповним релацијама  $\in$ ,  $\subset$ ,  $=$ , затим са скуповним операцијама  $\cup$ ,  $\cap$ ,  $\setminus$  и, најзад, са коришћењем оператора окупљања  $\{x | S(x)\}$  чије је значење: скуп свих објеката  $x$  који имају особину  $S$ . Иако нам се испрва чини да се задавањем било ког својства може формирати скуп објеката који имају то својство, ипак овакво окупљање није увек изводиво. Посматрајмо својство  $S$ : *не бити сам себи елемент*, тј. нека је  $\{x | x \notin x\}$ . Дакле,  $X$  је скуп свих објеката  $x$  који нису сами себи елементи. Према тзв. закону искључења Џреџеја знамо да је сваки објекат или елемент самог себе или то није. Дакле, или  $X \in X$  или  $X \notin X$ . Међутим, ако  $X \in X$ , онда  $X$  има својство које имају сви његови елементи, па  $X \notin X$  што је немогуће. У случају да  $X \notin X$ , онда он има задато својство, па мора припадати самом себи, тј.  $X \in X$  што је немогуће. Према томе, обе претпоставке, а једна мора бити тачна, воде у противречност! Овај парадоксални резултат се зове *Раселов парадокс* у част енглеског филозофа и математичара Бертрана Расела који га је почетком XX века извео из радова оснивача теорије скупова *Георѓа Кантора*, тачније *Фреџеа*.

Улазећи све дубље у законисти међу поменутим појмовима полако почињемо да учимо тзв. *елементарну математику*, да бисмо на крају средњег образовања стигли до тзв. *више математике* коју, грубо речено, углавном чини само класичан интегрално-диференцијални рачун. Након тога, многи на студијама настављају дружење са вишом математиком да би што успешније обављали посао за који су се определили. Другима сама математика, тј. истраживања било у *теоријској*, било у *приложеној математици*, постаје занимање. Остали се на разне начине

(прецизним или грубим израчунавањем, конзистентним закључивањем и тако даље) баве *свакодневном математиком*, уживајући понекад и у *рекреативној математици*. Границе којима бисмо одвојили поменуте математике тешко је поставити; најчешће нисмо ни свесни преласка из једне у другу. Шта је *права (чиста) математика*, као и шта је уопште математика, јесте тема која је увек веома инспиративна за живу дискусију, али ћемо је оставити за неку другу прилику. У овом чланку бавићемо се *школском математиком*, тј. оним деловима математике уз које се расте и сазрева.

### Решавање математичких проблема

Како школска математика садржи различите математике које се природно надовезују једна на другу, а опет је целина за себе, веома је тешко одговорити на питање каква она треба да буде и шта треба да садржи и ми се на њему нећемо задржавати. Највећи део математике упознајемо на путевима који повезују разне проблеме са њиховим решењима. Разликујемо два основна пута приказана следећим троугловима.



Слика 1. Два троугла настапаве математици

Решавајући било који математички проблем, без обзира на ком нивоу, "путујемо" страницама једног од приказана два

троугла у смеру супротном кретању казаљке на сату. Успешно извођење наставе захтева стално комбиновање ових приступа решавању проблема. Који ће приступ бити више заступљен зависи од много фактора, као што су талентованост или мотивисаност ученика, озбиљност садржаја који се излаже и слично, али су оба ова приступа неопходна. Нажалост, често је у школама учење математике засновано само на другом троуглу. Иако је и он неопходан будући да је циљ идеје претворити у правила и поступке, показаћемо кроз неке примере из праксе како инсистирање само на другом троуглу може бити не само бескорисно, већ и штетно у математичком образовању. Добро је познато да се најдуже у сећању задржавају правила и поступци који су нам јасни до краја, тј. када су нам познати и путеви којима се до њих долази. Да не причамо о томе да ли је корисније да научник, физичар или инжењер држи у глави разне методе за израчунавање интеграла или му је доволно да види интеграле у процесима које покушава математички да моделира (и, наравно, да има неки од софтверских пакета за израчунавање интеграла)?

У наставку ће бити изложена нека од искустава стечених у вишегодишњем раду са младим математичарима различитог узраста (10-18 година) у оквиру Математичке радионице младих коју су основали Природно-математички факултет у Крагујевцу и Прва крагујевачка гимназија. Нарочита пажња ће бити посвећена искуствима у раду са млађим ученицима.

Неопходан услов за бављење било којом врстом интелектуалног посла је разумевање и правилно сагледавање проблема који су пред нама постављени. То би требало да буде један од важнијих циљева школске математике са почетка нашег школовања. Остваривање овог циља је најуспе-

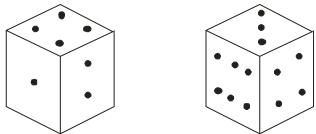
шније задавањем једноставних проблема чија је формулатија прилично компликована.

ПРИМЕР: У колони се налазе ученици А, Б, В, Г и Д један за другим. Између ученика А и Б, а такође између ученика Г и Д, налази се тачно један дечак и тачно једна девојчица. На првом и последњем месту нема девојчица, ни ученика А и Д. Између ученика Г има само једну девојчицу. Како су распоређени ученици А, Б, В, Г и Д? Којим словима су означени дечаци, а којим девојчице?

Већина ученика, пре или касније зависно од тога и колико им у томе помогнемо, савлада вештину разумевања постављеног проблема. Након тога предстоји много тежи део посла: треба их научити како се проблеми решавају.

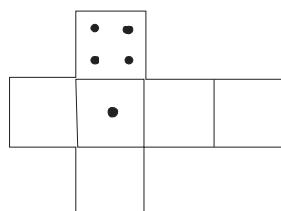
Примери који следе, иако на први поглед доста различити, прилично су једноставно формулисани. Међутим, први сусрет са овим и њима сличним проблемима захтева већи интелектуални напор, тј. захтева оно што је један од најважнијих циљева школске математике - осјособићи млади наративај да мисли. По својој природи (не баш и по садржају) они су математички, што ће рећи да их сваки човек већ на први поглед сврстава у ову врсту проблема. Искуство је показало да према овим математичким проблемима скоро нико не остаје равнодушан и да сви радо покушавају да их реше. Оно што је још интересантније, испоставило се да су они подједнако тешки свим узрастима (и деци и одраслима); дешавало се чак да десетогодишњак брже реши неки од њих него средњошколац.

**ПРИМЕР:** Једна иста коцка за игру нацртана је у два различита положаја.



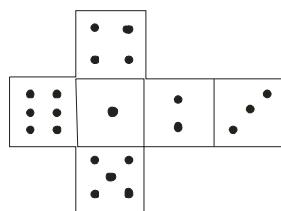
Слика 2. Коцка у два положаја

На основу датих слика одредити положај црних тачкица на странама те коцке, а затим попунити празне квадрате у мрежи те исте коцке.



Слика 3. Мрежа коике

*Решење:*



Слика 4. Попуњена мрежа коике

Овај пример је веома добар као увод у мисаоно сналажење у простиору, што зна да буде велики проблем многима без обзира на узраст. Решавачи овог проблема, и основци и средњошколци, могу се поделити у три групе: они који немо гледају у дату слику, они који (тајно или јавно) истргну из свеске лист папира од кога направе модел коцке, на просторном моделу нацртају тачкице, а затим га развију у мрежу и дају решење, и они који за веома кратко време једноставно уцртају тачкице које недостају.

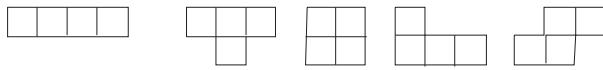
**ПРИМЕР:** Може ли коњ, померајући се на прописан начин, направити пут од левог доњег угла шаховске табеле до десног горњег угла, а да при томе дође на свако поље шаховске табле тачно једанпут?

*Решење:* Доње лево и горње десно поље шаховске табле су црне боје. После сваког потеза коњем мења се боја поља на којем стоји коњ. Према томе, после првог потеза (и уопште после сваког непарног потеза) коњ се налази на пољу беле боје. Зато, полазећи са црног поља коњ не може у 63 потеза стати на свако поље од осталих 63 поља и зауставити се на црном пољу.

Приметимо да претходни проблем спада у групу тзв. *нефер проблема*. Као што се из решења може видети, информација о почетном положају коња и захтев о последњем положају нису од пресудног значаја. Искуство показује да је општија формулатија истог проблема много једноставнија за решавање: "Може ли коњ, померајући се на прописан начин, полазећи ог ирно $\bar{\imath}$  поља да обиђе шаховску таблу тачно да на свако поље дође тачно једанпут и да се заустави на ирном пољу?". Сличних проблема има добра. На пример, добра је тежи за решавање задатак: "Доказати да постоји природан број  $n$  такав да број  $2000^n$  у декадном запису почиње низом цифара  $200120012001$ ", него општије тврђење: "Нека је  $c_1, c_2, \dots, c_k$  низ од  $k$  цифара ( $k \geq 2, c_1 \neq 0$ ). Доказати да ако природан број  $a, a \geq 10$ , није стјећен броја 10, тада постоји природан број  $n$  такав да декадни запис броја  $a^n$  почиње са  $c_1, c_2, \dots, c_k$ ".

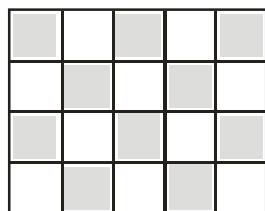
Изложени пример са шаховском таблом има за циљ да имплицитно да, упутство за решавање наредног проблема, мали број ученика то види, а још мањи и искористи.

**ПРИМЕР:** Да ли је могуће формирати правоугаоник од следећих делова?



Слика 5. Фигуре

**Решење:** Није тешко видети да је немогуће од датих делова формирати правоугаоник  $1 \times 20$ , нити  $2 \times 10$ . Да од задатих делова не можемо формирати ни правоугаоник типа  $4 \times 5$ , закључујемо на основу бојења приказаног на слици 6.



Слика 6. Обојена табла

Четири фигуре приказане на слици 5, ма како биле постављене на обојену таблу са слике 6, прекривају 2 бела и 2 сива поља, док једна (друга по реду) увек прекрива 3 бела и једно сиво или 3 сива и једно бело. Пошто имамо 10 сивих и 10 белих поља немогуће је задатим фигурама прекрити правоугаоник  $4 \times 5$ .

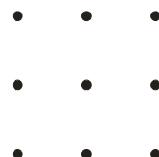
Претходна два примера одлично осликавају снагу мисли пред "катастрофом" коју изазива број могућих случајева.

**ПРИМЕР:** Повезане су ти очи, а испред тебе на столу налази се гомила од  $x$  новчића. Саопштено ти је да се међу њима налази тачно у новчића који су окренути писмом горе. Да ли можеш, повезаних очију, поделити новчиће на две гомиле тако да у свакој

буде исти број новчића окренутих писмом горе?

**Решење:** Тражени задатак се може извршити на следећи начин. Из гомиле од  $x$  новчића одвојимо у новчића. Сада имамо две гомиле од у новчића и од  $x-k$  новчића. Ако у првој имамо  $k$  новчића који су окренути писмом горе, у другој ћemo имати  $y-k$  новчића који су окренути писмом горе. Окренимо, сада, све новчиће из прве гомиле. На тај начин у њој ће бити  $y-k$  који су окренути писмом горе, а толико их има и у другој гомили.

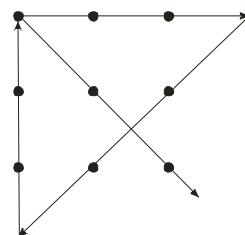
**ПРИМЕР:** Дато је девет тачака распоређених као на слици.



Слика 7. Девеји тачака

Како прецртати свих 9 тачака са четири праве линије не подижући притом оловку са папира?

**Решење:**



Слика 8. Решење

Истакнимо да је решавање сличних проблема, често сврстаних у рекреативну математику, поред значаја који имају за развој (математичког) мишљења, доводило до

настанка сасвим нових математичких дисциплина и значајно утицало на напредак целокупне математике. На пример, проблем четири боје, проблем кенигсбершких мостова, Ојлеров проблем официра и тако даље. Недостатак оваквих проблема у настави може не само да успори већ и да отежа остваривање поменутог најважнијег циља школске математике. Наравно, не мислимо само на проблеме сличне изложеним који, као што смо већ поменули, нису математички по садржају. Сваки математички садржај обилује задацима ове врсте, али који, нажалост, често изостају са часова редовне наставе. Часови увежбавања најчешће се своде на решавање типичних, тзв. школских примера. Овакви задаци јесу потребни, али нису и довољни. Инсистирање искључиво на оваквим задацима доводи до, у најмању руку, парадоксалне ситуације. На пример, ученици пре обраде алгоритма за одузимање разломака брже израчунају да је  $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ , имајући у виду да је  $\frac{1}{4}$  половина од  $\frac{1}{2}$ , него касније када, по правилу, престану да "размишљају" и поступно одузимају:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}.$$

Будући да данас *нисменоси* подразумева познавање поступака за извођење основних рачунских операција, на часовима математике се инсистира на њиховом потпуном савладавању, те се занемарују остали видови рачунања. Увржено је мишљење да се вештине рачунања развијају искључиво вежбањем и учењем разних алгоритама, те да су лишене сваке креативности. Разлог за то је недостатак проблема везаних за разне врсте процена и приближна израчунања. Ови запостављени проблеми су, ако не више, а оно бар подједнако важни као и они у ко-

јима се захтева прецизан резултат. Свакодневна израчунања, у продавници, банци и сл. која свако од нас изводи, нису прецизна. На пример, ако купујемо робу на снижењу од 30%, није потребно израчунати у пару колико ћемо платити ципеле чија је стара цена 5256,42 дин. Међутим, у настави математике су веома мало заступљени садржаји који нас уче вештини процењивања. Такви проблеми су најчешће остављени талентованим ученицима.

**ПРИМЕР:** Да ли је повољније орочити 1000\$ на 10 година, са годишњом каматом од 5% или месечном каматом од  $\frac{5}{12}\%$  ( $\approx 0,42\%$ )?

**Решење:** Није тешко видети да се задатак своди на упоређивање бројева

$$1 + \frac{5}{100} \text{ и } \left(1 + \frac{5}{12 \times 100}\right)^{12}$$

После множења сваки са сваким

$$\left(1 + \frac{5}{12 \times 100}\right) \times \left(1 + \frac{5}{12 \times 100}\right) \times \dots \times \left(1 + \frac{5}{12 \times 100}\right)$$

добијамо сабирак 1 (као производ свих јединица) и дванаест пута сабирак  $\frac{5}{12 \times 100}$  (када је један од чинилаца  $\frac{5}{12 \times 100}$  а остали 1), па је  $\left(1 + \frac{5}{12 \times 100}\right)^{12} > 1 + 12 \times \frac{5}{12 \times 100} = 1 + \frac{5}{100}$ .

**ПРИМЕР:** Шта је веће  $31^{11}$  или  $17^{14}$ ?

**Решење.**

$$31^{11} < 32^{11} = (2^5)^{11} = 2^{55} \text{ и}$$

$$17^{14} > 16^{14} = (2^4)^{14} = 2^{56}.$$

До одговора на питање постављено у претходном примеру дошли смо коришћењем елементарних неједнакости, али уз неелементарно процењивање које неједнакости изабрати, а што иначе представља онај

део математичког мишљења који се не своди на формалну манипулацију симболима уз задате алгоритме. Има дosta сличних (и једноставнијих) задатака који би требало све више да буду заступљени у редовној настави. Уосталом, данас свако прецизно израчунавање врши рачунар (калкулатор). Оно што је неопходно знати јесте који метод (алгоритам) задати рачунару; резултат ћемо добити гратис.

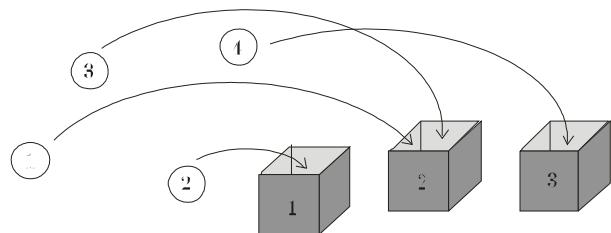
Инсистирање само на поступцима на почетку упознавања са математиком има за последицу тешкоће са прихватањем, а нарочито са применом разних математичких правила и принципа. Тешкоће се најчешће превазилазе тако што се сакупе типичне ситуације у којима се примењује научено, а затим се то увежбава.

Чињеница је да после часова обраде новог градива сваког наставника чека много обимнији и тежи посао. Остаје необраћен онај део математике који се и не може испредавати, а то је препознавање наученог у разним проблемима. Часови увежбавања требало би да буду они на којима се учи веома значајан део математике, а никако не треба да представљају само збирку поступака. Сваки постављени проблем треба да прати једно мало предавање; задатак који ученици ураде и после кога наставник одмах прелази на следећи узалуд је постављен. Успешна обрада неке математичке теме је ход:

**Идеје → Рутина → Више идеје → Нова рутина → Још више идеје → ...**

Математика је пуна тема чија је обрада најлакши део. На пример, Дирихлеов принцип је једно толико интуитивно јасно и очигледно тврђење, да га сви прихватају не тражећи притом никакав доказ. Најчешће се

изражава у разним популарним, често шаљивим формама: "принцип зечева и кавеза", "принцип кутија", и тако даље: *Ако  $n+1$  кућици су смештимо у  $n$  кућија, у бар једној ће бити више од једне кућице.*



*Слика 9. Дирихлеов принцип*

Већина ученика V разреда помало је увређена једноставношћу овог принципа, али промени мишљење после првих проблема који захтевају примену овог принципа, а нарочито оних проблема који нису дати у контексту Дирихлеовог принципа. На пример, нема много ученика, поменутог узраста, који одмах решавају први и најједноставнији проблем везан за обојену раван: *Бела раван је на произвољан начин појрскана плавом бојом. Доказаји да у плаво-белој равни постоје две тачке исте боје (плаве или беле) чије је распојање 2006 см, тј. мало је оних који одмах уоче да су плави и бели делови равни две кутије, а да су темена једнакостраничног троугла странице 2006 см три куглице. Настава математике је пуна сличних примера. Тако, већина одмах запамти формулу за разлику квадрата  $x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$ , али тек после дosta вежбе осети потребу за њеном применом у другим проблемима, као што су, на пример, сређивање израза, решавање разних једначина и неједначина и тако даље. Међутим, испоставља се да навежбани осећај за поменуте врсте проблема није довољан за примену*

разлике квадрата у неким другим задацима. Веома мали број ученика ће искористити ову формулу за брзо множење  $40 \times 2 = 50^2 - 2^2 = 2500 - 4 = 1496$ , наравно под условом да не вежба сличне задатке.

Веома је интересантан и следећи феномен. Талентовани ученици V разреда, пошто су се упознали са разломцима и операцијама са њима, са лакоћом су решили задатак:

*Ученик је прочитио књигу за три дана. Првој дана је прочитио  $\frac{1}{5}$  целе књиге и још 16 страница, другој дана  $\frac{3}{10}$  осматајка и још 20 страница, трећег дана је прочитио  $\frac{3}{4}$  новог осматајка и преосталих - последњих - 30 страница. Колико је страница имала та књига?*

Међутим, неколико месеци касније, после теме Проценти, проблем: *Ученик је прочитио књигу за три дана. Првој дана је прочитио 20% целе књиге и још 16 страница, другој дана 30% осматајка и још 20 страница, трећег дана је прочитио 75% новог осматајка и преосталих - последњих - 30 страница. Колико је страница имала та књига?* их је доста намучио. По свој прилици нису схватили проценте како треба. Зато је препоручљиво да часове намењене увежбавању пронцената започнемо истовременим задавањем два слична (али лакша) задатка, наравно уз одговарајућу причу. Понекад добро осмишљена прича у вези са неким примером може испунити циљ који има читава наставна тема. Веома добар пример за ово је наставна тема Математичка логика на самом почетку учења средњошколске математике. Шта вреди ученицима познавање истинитосних таблица логичких операција, доказивање различитих таутологија и слично, када након тога никада

више на часовима математике не спомену, на пример, *modus ponens*, и када се, у завршној години средње школе, по речима колеге који предаје филозофију (логику), најчешће изненаде везом таутологије  $(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q$  и неког обичног, свакодневног, закључивања по овом правилу? Не заваравамо ли се да су ученици заиста стекли икакву представу о математичкој строгости учењем логике и увођењем различитих формалних система? У трагању за одговорима тестирали смо ученике I разреда средње школе следећим питањем: "Које од закључивања

*Рибе живе у води,*

*Слонови су рибе*

*Слонови не живе у води*

или

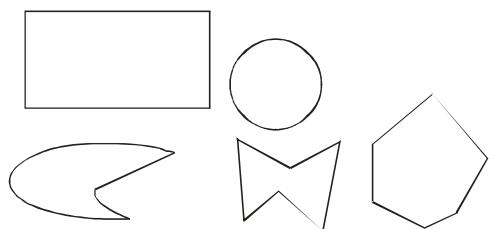
*Рибе живе у води,*

*Слонови су рибе,*

*Слонови живе у води*

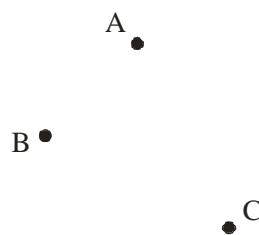
је већано?". Велика већина ученика се определила за прво закључивање. Иначе, овај пример може бити основа за доста лепу причу о математичкој строгости и математичкој логици уопште, помоћу које би ученици много боље осетили шта је доказивање, него после низа часова слепе манипулације логичким симболима (мислимо, пре свега, на формирање истинитосних таблица све компикованијих исказних формул). Будући да је логика нераздвојиви део математике треба је веома пажљиво и постепено уводити од првих часова математике, при чему никако не треба инсистирати на појмовима као што су *дефиниција, доказ, теорема*. Ове појмове ученици почињу да разумеју тек на крају основне школе. Иако се мисли да само докази морају чекати сазревање ученика, потпуно исто ствари стоје и са дефиницијама.

Ево једног интересантног разговора са часова додатне наставе са ученицима V разреда. На питања "Шта је фигура у равни?" и "Које фигуре називамо конвексним?" дали су изненађујуће прецизне одговоре "Фигура је скуп тачака у равни" и "Фигура је конвексна ако свака тачка дужи која спаја било које две тачке фигуре такође припада тој фигури". Одмах након цртања на табли сваке од фигура непогрешиво су одређивали која је



*Слика 10. Равне фигуре*

конвексна, а која није. Међутим, након питања "Да ли је фигура која се састоји од три тачке A, B, C: конвексна?" наступи



*Слика 11. Равна фигура?*

тишина, све док један ученик није рекао: "Па то није никаква фигура!". Питамо се какав је смисао познавања дефиниције фигуре. Има ли уопште смисла употребљавати речи *дефиниција, доказ, теорема* на овом нивоу? Пракса показује да ученици овог узраста прихватају апстрактне појмове, али да своју интуитивну представу о њима не могу речима да изразе.

Слично, на једном тестирању као решење задатка *Доказати да је збир три узастопна броја дељив са 3*, често смо

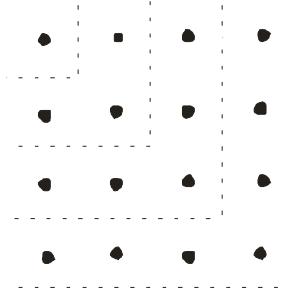
наилазили на читаве листове на којима су биле исписане једнакости:

$$1+2+3=6, 2+3+4=9, 3+4+5=12, 4+5+6=15 \dots$$

и са закључцима типа:

- не може се наћи пример да тврђење не важи;
- и ако даље наставимо са сабирањем три узастопна броја добићемо број дељив са 3;
- ја мислим да је збир свака три узастопна броја дељива са 3, а ако ви мислите да није нађите ми пример;

и слично. Занимљиво је да су ови ученици V разреда безусловно прихватили следећи графички доказ једнакости  $1+3+\dots+(2n-1)^2=n^2$



*Слика 12. Графички доказ*

док су ти исти ученици у VII разреду, приликом подсећања на формулу и њено графичко доказивање, тражили неки озбиљнији доказ!

Слично, средњошколци тврде да им је Принцип математичке индукције јасан тек после доказа

$$\begin{aligned} (\forall n \in N) I(n) &\Leftrightarrow I(1) \wedge I(2) \wedge I(3) \wedge I(4) \wedge \dots \\ &\Leftrightarrow I(1) \wedge (I(1) \Rightarrow I(2)) \wedge (I(2) \Rightarrow I(3)) \wedge (I(3) \Rightarrow I(4)) \wedge \dots \\ &\Leftrightarrow I(1) \wedge (\forall n \in N) I(n) \Rightarrow I(n+1). \end{aligned}$$

и поред свих (математички строгих и прецизних) теоријских расправа на ову тему. Индукција заправо и јесте последица низа закључивања:

$I(1)$   
 $I(1) \Rightarrow I(2)$   
 $I(2)$   
 $I(2) \Rightarrow I(3)$   
 $I(3)$   
⋮

## **Закључак**

Сви наведени примери и разговори само нас подсећају на сву сложеност наставног процеса и указују на немогућност његовог потпуног планирања. Оно што је стални задатак свих који су укључени у наставу је трагање за новим начинима, са циљем да се математика што боље приближи ученицима. Овом циљу ћемо се брже приближавати само уколико непрестано и са великим пажњом пратимо и слушамо ученике и њихове реакције.

Проблеми које смо у чланку навели спадају у групу тзв. логичко-комбинаторних задатака. Реч је о једноставно формулисаним проблемима без неког општег метода за решавање. Разлог за овај избор је управо њи-

хов значај за развој математичког мишљења код деце и њихов недостатак у "класичној" настави. Нараво, не треба претеривати ни са њима.

Највећи део математике представља нагомилано искуство многих генерација најкреативнијих математичара које је садржано у математичким аксиомама и теоремама, организованим у (често само верујемо) непротивречне скupине које називамо теоријама. Учење и разумевање тих сложених садржаја подразумева, пре свега, напор у схватању апстрактних математичких појмова и процеса, где решавање одређених задатака треба да послужи у том правцу.

Наравно, питања као што су, на пример, постојање међусобно противуречних (а еквиконзистентних) теорија и односа неке теорије према реалности биће предмет интереса само малог броја будућих математичара. Ипак, и таква питања морају бити доступна најталентованијим ученицима старијих разреда средњих школа, преко популарних чланака и предавања.

## **Литература**

- Гнеденко, Б. В. (1991): *Введение в специальность математика*, Москва, Наука.
- Станић, М., Икодиновић, Н. (2004): *Теорија бројева - збирка задатака*, Београд, Завод за уџбенике и наставна средства.
- Прешић, С., Милић, С., Огњановић, С., Вујић С. (1999): *Продубнице*, Београд, Архимедес.
- *Тандем*, часопис за математику и рачунарство, Друштво математичара Србије (Задаци из часописа).

## **Summary**

*This paper is about the experience gained through work with young mathematicians of different age. The aim is, first of all, to show ways of learning and understanding mathematics contents, and particularly ways which connect different problems and their solutions and through which we get acquainted with the great part of mathematics.*

**Key words:** teaching mathematics, solving problems, idea, and routine



Др Милана Егерић  
Учитељски факултет, Јагодина

Стручни чланак

## Учење математике у малим групама

**Резиме:** Мале групе предсказавају природно окружење које охрабрује и подстиче ученике на већу активност, размишљање, закључивање и истраживање у настави математике.

У раду су изнети резултати истраживања A. Artzt и Sh. Femia о понашању, размишљању и математичком закључивању мале групе ученика ог које се тражило да решиједан озбиљан математички проблем.

Наведени су и примери из свакодневне наставне праксе који показују да рад у малим групама може да буде занимљив и подстизајан за практичне и умне активности деце у почетној настави математике.

**Кључне речи:** настава математике, рад у малим групама, математичко закључивање, самостални рад, диференцирана настава.

Један од облика рада у настави математике је рад у малим групама. Понашања свих ученика у малој групи су интегрисана у процес решавања постављених задатака групи, било да група има проблем који заједнички решавају, било да сваки појединачно има посебне задатке, па је циљ свих да постигну што бољи пласман своје групе. У сваком случају, рад у малој групи побољшава интересовање и активност ученика, а самим тим побољшава математичко размишљање, истраживање и закључивање. Предност и моћ ситуације у којој ученици уче кроз међусобну математичку дискусију документовали су многи инострани истраживачи.

Artzt и Artmour Thomas забележили су чињеницу да когнитивно понашање ученика, који решавају неки проблем у малој групи, одражава онај ниво који показују експерти за решавање математичких проблема.

Користићемо истраживања A. Artzt и Sh. Femia о понашању ученика у малој групи при решавању математичких проблема и изнети њихове резултате истраживања. Проблем је постављен ученицима петог разреда у једној државној основној школи у Њујорку.

**Проблем:** Скакавац је на бројевној правој у тачки 1. Он жели да стигне до тачке О, али сваки пут прескочи само половину преостале даљине.

- а) Где је скакавац на бројевној правој при првом скоку?
- б) Где је скакавац на бројевној правој при другом скоку?
- в) Где је скакавац на бројевној правој при десетом скоку?
- г) Где је скакавац на бројевној правој при стотом скоку?
- д) Где је скакавац на бројевној правој при  $n$ -том скоку?
- е) Да ли скакавац икада стигне до тачке обележене О? Објасните зашто "да" или зашто "не".

Да бисмо разумели ток решавања проблема и на који начин су понашања и закључивања ученика у групи утицала на решавање заједничког проблема, дајемо кратак увид у етапе кроз које је група пролазила у оквиру 30 минута.

*Разумевање проблема.* Ученици су покушавали да нађу смисао овог проблема покушавајући да оправдају *заштито* скакавац може да прескочи само *јоловину преишходно пређене даљине*. Поверовали су да се сам скакавац смањује због губитка енергије при скоку. Закључили су да ће скакавац завршисти на некој тачки веома близу тачке О.

*Планирање.* Чланови мале групе показали су флексибилност у размишљању. Једни су предложили да на бројевној правој обележавају нове положаје скакавца и да на тај начин дођу до обрасца за десети скок, други су предлагали да сукцесивно пресавијају папирну траку, трећи су одмах укључили разломке и почели операције са њима.

*Доказивање.* Током читавог процеса ученици су тражили начин да потврде своје сопствено мишљење и мишљење својих другова. Ученици који су користили физички

модел одустали су од свог плана, пошто су успели да пресавију папир само неколико пута. Морали су да се суоче са апстрактном природом проблема и да замисле бесконачан број тачака између било које две тачке на правој. Наравно да је овај закључак изузетан успех за ученике на овом узрасту.

Наведени проблем са скакавцем је заснован на једном класичном проблему у математичкој анализи, али је постављен на начин који је деци провокативан за размишљање и закључивање.

Проблем је захтевао од ученика да уопште решење, односно, да закључе да би скакавац при  $n$ -том скоку био на  $\frac{1}{2^n}$ -тој тачки бројевне праве, што нису успели. Ученици су се више посветили првом делу проблема и одређивали тачку доскока при трећем, четвртом, петом, ... скоку, али нису успели да генералишу.

Истраживачи закључују: сама чињеница да су ученици разумели процес индуктивног закључивања показује свим наставницима да је ниво математичког закључивања сасвим у оквиру могућности једног просечног ученика петог разреда и да им само треба створити ситуацију да се упусте у такво закључивање.

Мале групе представљају плодну средину унутар које се рађају идеје за решавање математичких проблема. Ученици се међусобно договарају, траже разрађивање проблема и објашњења, желе своје мишљење да одбране, а да оповргну мишљење друга. Такав рад охрабрује и подстиче спонтано вербално изражавање и математичко размишљање и истраживање. Чињеница је да сви ученици у групи не доприносе у истој мери решавању проблема, али је доволно да сви ученици групе разумеју проблем, да

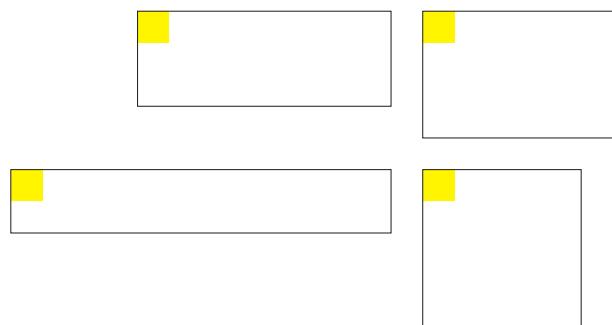
потврђују и подржавају ток решавања проблема и да сви знају да објасне решење проблема и пратеће математичко закључивање.

Рад у малим групама може да има предност уколико је добро осмишљен и организован, у противном може да се претвори у хаотичну игру. Овај облик рада може да се организује у свим разредима и на свим типовима часова у почетној настави математике. Рад у малим групама развија код деце такмичарски дух, а самим тим подстиче и такмичење детета са самим собом. Упоређујући своје резултате са резултатима другова из групе, као и резултате своје групе са резултатима других група, ученици постављају себи нове и веће захтеве.

Наводимо пример рада у малим групама где су ученици у позицији да сами изведу образац за израчунавање површине правоугаоника и квадрата кроз игру *Прецизни керамичари*.

Учитељ формира неколико група уједначених по знању. Свака група има задатак да поплоча терасу одговарајућих димензија (добија цртеж терасе и једну плочицу - квадрат од самолепљивог колаж-папира димензије 1cm). Најважније је да групе ураде добру процену броја плочица, јер, наводно, газда им неће платити уложени рад ако не "заврше" посао, а закинуће им од зараде уколико "купе" више материјала него што је потребно. Само једном могу преузети плочице и зато је циљ игре добра процена потребног броја плочица.

Димензије терасе могу, рецимо, да буду за прву групу 8cm и 3cm; за другу групу 6cm и 4cm; за трећу групу 12cm и 2cm; за четврту групу квадрат странице 5cm.



Оваквом игром деца треба да открију:

- да је површина правоугаоника број јединичних квадратића који покривају његову унутрашњост;
- да се тај број квадратића може одредити прављењем мреже квадратића и бројањем истих;
- да се број квадратића најлакше одређује множењем броја редова и броја колона јединичних квадратића;
- да два и више различитих правоугаоника могу имати исти број квадратића, тј. једнаке површине;
- да је број редова и број колона једнак мерним бројевима дужине и ширине правоугаоника.

Дакле, површина правоугаоника једнака је производу мерних бројева димензија правоугаоника.

Рад у малим групама може да се организује и код систематизације градива. Наводимо пример организације часа утврђивања операција сабирања и одузимања у првој десетици. Час се реализује методом практичних и писаних радова са диференцираним захтевима у малим групама. Групе су хетерогене у односу на знање и могућности ученика, али су међусобно уједначене, што значи да сваки ученик једне групе има свог

"парњака" у другој групи. Захтеви за ученике у истој групи су диференцирани, а све групе имају исте задатке. Групу чине четири ученика.

Задаци се налазе у ковертама које могу бити различитих боја зависно од нивоа тежине задатака. Сваки ученик добија одговарајућу коверту, њен садржај израчује на радни сто, саставља изрезане делове и добија један геометријски облик (правоу-

гаоник, круг, квадрат или троугао). После успешног уклапања делова, дете лепи изрезане делове у свесци, формира слику и испод ње записује назив геометријског облика. Задаци I нивоа тежине су у унутрашњој области правоугаоника, задаци II нивоа тежине су унутар круга, III нивоа унутар квадрата и IV нивоа унутар троугла. Испрекидане линије показују делове слике пре склапања.

*Насловни  
листић  
I нивоа  
тежине*



Са леве стране се налазе поени које можеш освојити за сваки задатак, а са десне празни квадратићи у које ће бити уписани поени које си остварио за сваки задатак. Срећно!

1. Пребројавањем куглица на рачунаљци одреди

**3**

$$3 + 2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4 + 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7 + 0 = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. Израчунај разлику користећи слику рачунаљке:

**3**

$$7 - 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5 - 0 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3 - 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

3. Допиши или доцртај оно што недостаје:



$$3 + \underline{\hspace{2cm}} + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

збир бројева:

$$\underline{\hspace{2cm}} - 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Насловни листић II нивоа тежине



Са леве стране се налазе поени које можеш освојити за сваки задатак, а са десне празни квадратићи у које ће бити уписани поени које си остварио за сваки задатак. Срећно!

**4**

1. Израчунавај:

$$2 + 6 = \underline{\quad}$$

$$8 - 5 = \underline{\quad}$$

$$3 + 6 - 2 = \underline{\quad}$$

$$10 - 9 + 3 = \underline{\quad}$$

2. Упиши бројеве

који недостају:

**2**

$$3 + \underline{\quad} = 9;$$

$$2 = 6 - \underline{\quad}$$

**4**

3. Упореди  
квадратић знаке  $<$ ,  $>$

леву и десну страну уписујући у  
или  $=$ .

9

$$3 + 5$$

$$5 + 4$$

$$7 - 2$$

$5 + 2$

$$10 - 3$$

$$6 + 3$$

$$9 - 0$$



Са леве стране се налазе поени које можеш освојити за сваки задатак, а са десне празни квадратићи у које ће бити уписани поени које си остварио за сваки задатак. Срећно!

1. Напиши број:

4

- 1) за 2 већи од 3 \_\_\_\_\_
- 2) за 3 већи од 7 \_\_\_\_\_
- 3) за 4 мањи од 8 \_\_\_\_\_
- 4) за 6 мањи од 10 \_\_\_\_\_

2. Израчунај:

4

- 1) збир бројева 4 и 3 \_\_\_\_\_
- 2) разлику ако је умањеник 9, а умањилац 6 \_\_\_\_\_

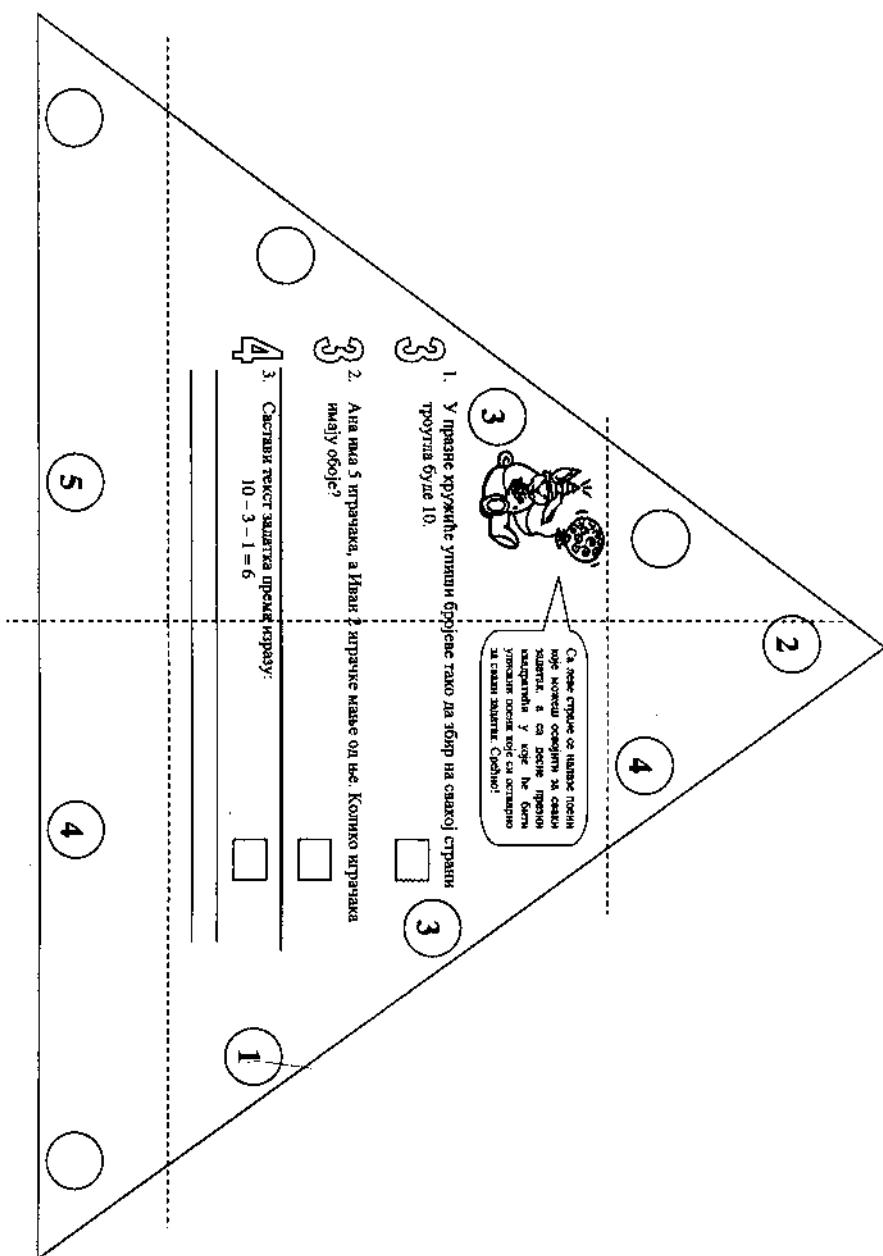
3. Весна има 10 динара. Потрошила је три динара. Колико јој је динара остало?

2

Решење \_\_\_\_\_

Одговор \_\_\_\_\_

Насловни листинић IV нивоа тежине



За састављање геометријске слике предвиђено је 10 минута. Учитељ показује положај казаљки на зидном часовнику када треба да заврше практичну активност. Сваки ученик обавља самостално свој део посла, али може да потражи помоћ од друга из групе. Група која на време заврши свој задатак добија 2 бода и то само ако су сви чланови групе завршили свој посао. Ако група задатак обави са закашњењем добија 1 бод.

Након предвиђеног времена за практичан рад, учитељ обилази све групе, саопштава резултате и уписује одговарајући број бодова свакој групи у табели на табли.

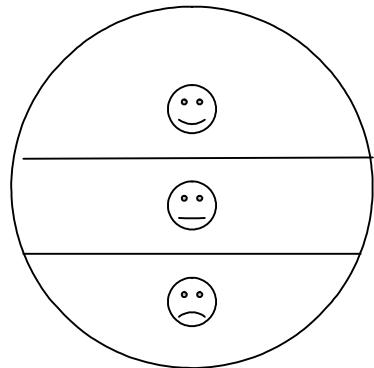
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
ЗБИР								

Ученици који нису сложили делове за предвиђено време настављају са радом док не заврше. (Ова могућност практично је искључена, јер се сви ученици труде да заврше свој рад и по потреби помогну споријим друговима у својој групи.)

После слагања делова и формирања геометријске слике, ученици приступају изради задатака који су унутар геометријске слике. За израду задатака предвиђено је време од 20 минута. Учитељ опет показује положај казаљки када треба да прекину са радом и сугерише ученицима да пажљиво прочитају задатак, ураде га и након тога про-

вере исправност решења, јер само тачан задатак доноси бодове.

Након 20 минута ученици разменују свеске по групама (прва са другом, трећа са четвртом, итд), али тако да сваки ученик добије "слику" са задацима које је и сам радио. Повратну информацију добијају на графофонији тако да сваки ученик упоређује решења и уписује бодове свом другу. Уколико се појаве недоумице, учитељ помаже да се отклоне. После контроле свих задатака, свако узима своју свеску и контролише рад свог "оценјивача", а онда се приступа уписивању бодова у табели. Укупан број освојених бодова најпре саопштавају ученици који су радили задатке на правоугаонiku, па на кругу, затим на квадрату и на крају на троуглу. Из табеле се види најбољи ученик на сваком нивоу знања. Саберу се освојени бодови за сваку групу и проглашава победник на овом математичком такмичењу. По завршетку часа деца уписују знак + у делу круга који најбоље осликава њихово расположење на овом часу.



Бодовна табела и "круг утисака" помоћи ће учитељу да изврши евалуацију часа у квантитативном и квалитативном по-гледу. У сваком случају, расположење деце јебитан фактор за однос према раду, па је добро расположење предуслов за добро завршен посао.

## Закључак

Основни задатак наставника је да осмишљава и организује наставу којом ће постићи најбоље образовне ефекте. Имајући у виду значај мисаоног ангажовања ученика, како на квалитет усвојених знања тако и на развој мисаоних способности, овим радом смо покушали да истакнемо предност и значај рада у малим групама, као и да прикажемо примере модела рада у малим

групама у настави математике где је сваки ученик активан и креативан. Ослањајући се на циљеве и задатке наставе математике, наставник бира методе, облике, средства, стратегије извођења наставе и увек са одређеним циљем, а он је да математику приближи ученицима, учини је интересантном, занимљивом, практичном и применљивом.

## Литература

- Artzt, A. F. Yaloz-Femia, S. (1999): *Mathematical Reasoning during Small-Group Problem Solving*, Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12, National Council of Teachers of Mathematics.
- Artzt, A. Armour-Thomas, E. (1992): *Development of a Cognitive-Metacognitive Framework for Protocol Analysis of Mathematical Problem Solving in Small Groups*, Cognition and Instruction 9.
- Дејић, М. Егеринћ, М. (2005): *Методика наставе математике*, Јагодина, Учитељски факултет.
- Егеринћ, М. (2004): *Садржајна диференцијација у настави математике*, Београд, Завод за уџбенике и наставна средства.

### Summary

*Small groups represent natural surroundings, which encourages students to be more active, to contemplate, conclude and research in learning mathematics.*

*Results of the research have been shown by A.Artz and S. Femia on behaviour, contemplation and mathematical conclusion of small group of students who were asked to solve a serious mathematical problem.*

*Results of the analysis of everyday teaching have been shown, which prove that work in small groups can be interesting and encouraging for practical and mind activates of children in the basic mathematics teaching.*

**Key words:** teaching mathematics, work in small groups, mathematical conclusion, individual work, differentiated teaching.

**Стручни чланак**

**Александра Михајловић**  
Учитељски факултет, Јагодина



## *Развијање креативности у поученој настави математике*

**Резиме:** Математика се налази на врху хијерархијске листе наука када је упитању присутина креативности у њеним активностима и резултатима. Међутим, као школски предмет математика је још увек мало повезана са креативношћу. Какав је значај креативности за школску математику? Како развијати математичку креативност? Ово су нека од шипања на која ћемо покушати да одговоримо у овом раду.

**Кључне речи:** креативност, развијање креативности, решавање проблема, постизавање проблема, настава математике.

Математика се као интелектуална област налази на врху хијерархијске листе наука када је упитању присутина креативности у њеним активностима или у њеним резултатима. Међутим, чињеница је да је за већину ученика широм света математика један од школских предмета који је најмање повезан са креативношћу. Школовање обезбеђује врло мало прилика већини ученика да искусе овај аспект области математике.

Креативност је тема која се често занемарује у настави математике. Обично наставници сматрају да прво место у математици припада логици, а да креативност није толико важна у учењу математике. С друге стране, ако узмемо у обзир математичара

који долази до нових резултата у математици, не можемо занемарити његово коришћење креативног потенцијала. Какав је значај креативности у оквиру школске математике? Које методе се могу користити за развијање математичке креативности у школским ситуацијама?

Када је реч о креативности, наставници о њој много говоре, али је мали број оних који је одобравају код својих ученика, а још је мањи број оних који код својих ученика васпитавају и подстичу ову особину. На почетку школовања дете се одликује жељом да стваралачки мисли. Радознало је, у потрази за новим и непознатим. Школа је та која спутава огромну дечју радозналост и жељу за сазнавањем света и појава.

Често се испоставља да су креативни ученици они за које наставници сматрају да су "чудновати", да не разумеју очигледне истине, да не могу да усвоје оно што други са лакоћом усвајају. Описују их као ученике којима на памет падају "чудне идеје", о свему имају своје мишљење, свој став који се најчешће веома разликује од уобичајеног. Њихови поступци и активности су несхватаљиви већини ученика, наставника и родитеља. Велики је број истакнутих ствараоца који су у току школовања били непримећени од стране својих наставника.

Међутим, креативност не треба схватити као нешто што је својствено само изузетним појединцима, већ као оријентацију и тенденцију према математичкој способности чији се развој може подстићи у широј школској популацији. Још од најранијих дана код деце треба развијати особине које су својствене ствараоцима у области математике. На развијање компоненти креативног мишљења најбоље се може утицати израдом адекватних математичких задатака.

Можемо издвојити два приступа, односно два модела којима се може стимулисати развој креативног мишљења у свакодневној настави математике:

- решавање проблема и
- постављање (формулисање) проблема.

У многим земљама широм света, решавање проблема је циљ који је експлицитно садржан у математичком курикулуму. На питање зашто се решавању проблема даје централна позиција, не могу се лако дати задовољавајући одговори. Неки од разлога на које наилазимо у математичкој литератури су: решавање проблема развија опште когнитивне вештине; решавање проблема подстиче развој креативности;

решавање проблема мотивише ученике да уче математику.

На развој компоненти креативног мишљења може се утицати и решавањем тзв. неструктуираних, отворених проблема. Проблеми овог типа нуде могућност постављања већег броја циљева и давања вишеструких тачних одговора. Чак и једноставнији примери проблема отвореног типа могу деци понудити значајне прилике да се баве проблемима са вишеструким интерпретацијама и могућим решењима. На пример, задатак: "*Полуцречник круга уписаног у квадрат износи 6, израчунај површину квадрата.*" једноставном преформулацијом можемо трансформисати у проблем отвореног типа: "*Полуцречник круга уписаног у квадрат износи 6. Нађи све могуће податке о квадрату и кругу.*"

Осим решавања проблема, велики значај се даје и постављању, формулисању проблема. Постављање проблема представља по многима карактеристику креативне активности и изузетног талента. Хадамард (Edward A. Silver, 1997, стр. 76) сматра да је способност идентификовања кључних питања истраживања индикатор изузетне даровитости у области математике. Дакле, можемо рећи да постављање проблема, заједно са њиховим решавањем, има централну улогу за област математике и математичко мишљење уопште.

Навешћемо неколико примера различитих активности и задатака помоћу којих се може развијати и подстицати креативност у почетној настави математике.

### **"Најрави књигу"**

**Задатак:** Ученици добијају задатак да сами осмисле и илуструју једну страницу са одређеним математичким садржајем (нпр.

аритметички задаци). Овај материјал може бити намењен другим ученицима у одељењу или наредној генерацији ученика. Оваква, промењена, улога (ученик постаје наставник) пружа могућност ученицима да самостално генеришу проблеме и самим тим буду креативни, али исто тако и развија и подстиче њихово интересовање за математику.

### Решавање проблема отвореног типа

#### *Обрнући бројеви (группи разреда)*

*Задатак:* Замисли неки двоцифрени број. Замени места цифара тог броја, а затим сабери добијени број са бројем који си замислио.

Нађи што више бројева који ће када се саберу са "обрнутим" бројем као збир дати двоцифрени број.

Шта сви ти бројеви имају заједничко?

*Решење проблема:* При решавању овог проблема ученици могу пронаћи више правилности. Узмимо неколико примера, да бисмо видели шта ћемо добити:

$$13 + 31 = 44$$

$$26 + 62 = 88$$

$$47 + 74 = 121$$

$$54 + 45 = 99$$

$$68 + 86 = 154$$

Посматрајући наведене примере можемо уочити да ако је збир цифара двоцифреног броја мањи од 10 онда је збир обрнутих бројева мањи од 100.

Исто тако, можемо приметити да збир цифара двоцифреног броја одређује збир обрнутих бројева, и то на следећи начин:

- ако је збир цифара двоцифреног броја нпр. 6, збир обрнутих бројева биће 66 ( $42 + 24 = 66$ ,  $51 + 15 = 66$  итд.)
- ако је збир цифара двоцифреног броја 8, збир обрнутих бројева биће 88 итд.

Ученици могу уочити и да је збир обрнутих бројева у свим случајевима производ броја 11.

*Проширење проблема:* Да ли постоје неке правилности у случају када је резултат сабирања обрнутих бројева троцифрени број?

*Напомене:* При решавању овог проблема ученици увежбавају сабирање двоцифренih бројева. При томе, треба охрабривати ученике да другим ученицима саопштавају своје начине рачунања. Нека деца ће усмено вршити сабирање, док ће друга можда користити методу заокруживања. Веома је важно дозволити ученицима да размишљају на сопствени начин.

На пример, замислимо број 91. Заменом места цифара добићемо број 19. Збир бројева 91 и 19 рачунаћемо:

$$91 + 19 = 91 + 10 + 9 = 101 + 9 = 110 \text{ или}$$

$$91 + 19 = 91 + 20 - 1 = 111 - 1 = 110.$$

Осим увежбавања сабирања, овај задатак даје могућност деци да се "играју" са бројевима. Деца се охрабрују да уочавају законитости у својим одговорима. Осим тога што се продубљује схватање и разумевање бројева и њихових односа, оваквим задатком се подстиче развијање вештине решавања проблема и креативности.

Ученицима треба омогућити да на овом проблему раде најпре индивидуално, а затим их поделити у мање групе. На тај начин сва деца ће имати могућност да се позабаве

проблемом пре него што своја "открића" поделе са осталим ученицима. Кроз дискусију ученици упознају друге методе долажења до решења, чиме повећавају своју флексибилност у начину приласка проблему.

### Цепарац (шрећи, чешвари разред)

**Задатак:** Никола и Ана су се договорили да зараде цепарац помажући ујаку у радњи преко распуста. Ујак им је рекао да ће их плаћати на следећи начин: Ана ће за први дан на послу добити 10 динара, а за сваки наредни дан на послу биће плаћена 2 динара више него првог дана. Никола ће за први дан добити 1 динар, али ће сваког наредног дана његова плата бити удвостручена у односу на претходни дан. На чијем месту би радије био и зашто?

**Решење проблема:** Овај проблем нема тачно одређено решење. Наиме, нигде у задатку није наведено колико дана ће деца радити. Ако раде 6 дана и мање онда ће Ана зарадити више новца. Ако раде више од 6 дана Никола ће зарадити више.

Циљ решавања проблема овог типа је да деца упореде брзину којом се увећава укупна сума када додајемо фиксиране бројеве у односу на брзину увећавања суме када додајемо удвостручене бројеве.

**Проширење проблема:** После колико дана ће Агин и Николин ујак остати без новца?

И на ово питање не постоји прецизан одговор. Деца треба да уоче да ће се сабирањем удвостручених бројева сума брже увећавати. После 20 дана укупна сума ће прећи милион динара, а Агин и Николин ујак то највероватније неће моћи да исплати.

### "Избаци уљеза" (први разред)

**Задатак:** Деци показујемо слике следећих математичких објеката и постављамо питање: "Ком објекту овде није место?"



Циљ решавања овог проблема је да се испитају основна својства неких објеката (попут симетрије, боје итд.). Битно је да ученици стекну добар "осећај" за објекте како би касније могли да продубљују и истражују даља својства тих објеката.

**Решење проблема:** Не постоји један, тачан одговор на питање. Деца могу пронаћи различита решења. Треба тражити од њих да образложе своје одговоре.

Навешћемо неке могуће одговоре:

"Вишак је квадрат, јер је једини црвене боје."

"Вишак је круг, јер само он може да се којирља, док други објекти то не могу."

"Треба избацити кутију ... итд."

### Постављање проблема

#### Палидрвца

**Задатак:** Помоћу палидрвца направљени су квадрати као на слици:



Ако би број направљених квадрата био 5, колико палидрвца би требало употребити?

Направите сами сличне проблеме мењајући неке делове датог проблема.

Циљ овог задатка је да се ученицима пружи прилика да сами формулишу нове проблеме користећи генерализацију, аналогију, реверзibilno mišljeњe, а затим да те, "нове", проблеме решавају. Ученици могу направити нове проблеме мењајући, на пример, број квадрата или облик дате фигуре. На основу датог проблема може се формулисати нов проблем варирањем неких од датих услова. На пример, "Колико квадрати можемо најправити од 23 талицрвица?" или "Ако променимо начин ређања талицрваци, колико нам најмање талицрваци треба да најправимо 9 квадрати?" и сл. У првом случају деца морају променити дирекцију mišljeњa, а у другом случају подстичемо их да креативно користе своју машту.

### "Смисли задатак"

**Zadatak:** Ученицима дајемо задатак, а затим од њих тражимо да сами смисле друге, нове, задатке које могу решити без рачунања, ослањајући се на дати задатак и користећи га. На пример, израчунај колико је  $45 \times 24$ , а затим на основу тога направи сам нове задатке које ћеш решити користећи оно што си већ израчунао.

Креативност се, у овом случају, огледа у броју различитих идеја које дају ученици. Овај задатак нема једно, јединствено решење и као такав омогућава ученицима да разви-

јају флуентност, флексибилност и оригиналност mišljeњa. Навешћемо само неке од могућих одговора:

$$\begin{array}{ll} 45 \times 24 = 1080 & (20 + 4) \times 45 = 1080 \\ 24 \times 45 = 1080 & (48 : 2) \times 45 = 1080 \\ 1080 : 45 = 24 & 12 \times 45 = 540 \text{ итд.} \\ 240 \times 45 = 10800 & \end{array}$$

Иако креативност игра важну улогу у настави математици, наставници сматрају да је наставу путем постављања и решавања проблема тешко применити у ученици. Отежавајућа околност јесте и чињеница да је материјал намењен оваквој врсти наставе малобројан у односу на материјал који подржава процедурални и механички приступ школској математици. Још један проблем са којим се срећемо у нашим основним школама је и то да већина наставника и учитеља сматра да постоји само један тачан одговор у математици и само један "прави" начин да се неки математички проблем реши. Добар наставник је онај који зна да постоји велики број могућности да се приступ решавању неког проблема. Став наставника у великој мери утиче на развијање креативности ученика у настави математике. Наставник мора да прихвати, призна учеников прилаз проблему без обзира што се тај прилаз разликује од других, уобичајених. Ученицима увек треба омогућавати, када нам то наставни садржаји дозвољавају, да сами изводе правила, алгоритме, формулишу нове проблеме.

## **Литература**

- Edward A. Silver, Pittsburgh (USA), *Fostering Creativity through Instruction Rich in Mathematical Problem Solving and Problem Posing*, ZDM, volume 29, June 1997, <http://www.fiz-karlsruhe.de/fiz/publications/zdm/zdm973i.html>
- Derek Haylock, Norwich (England), *Recognising Mathematical Creativity in Schoolchildren*, ZDM, volume 29, June 1997, <http://www.fizkarlsruhe.de/fiz/publications/zdm/zdm973i.html>
- Yoshihiko Hashimoto, Yokohama National University, *The Methods of Fostering Creativity through Mathematical Problem Solving*, ZDM, volume 29, June 1997, <http://www.fiz-karlsruhe.de/fiz/publications/zdm/zdm973i.html>
- New Zealand Maths Problem Solving, <http://www.nzmaths.co.nz/PS/>

## **Summary**

*Mathematics is on the top of the hierarchy list of sciences concerning presence of creativity in its activities and results. But, as a school subject, mathematics is not sufficiently connected with creativity. What is the importance of creativity for school mathematics? How is it possible to develop mathematics creativity? These are some of the issues of this paper.*

**Key words:** *creativity, development of creativity, solving problems, posing problems, and teaching mathematics.*

**Прегледни  
научни чланак**

**Др Мирко Дејић**  
Учитељски факултет, Београд



## *Почеци здесивања броја шомоћу канайа и штапа*

**Резиме:** Један од основних појмова који пружима чијаву математику, а и све обласни људске делатности, јесте број. У почетку, број је био неодвојив од скупова који су се упоређивали по истобројностима. Схватајало се само да нечега има више, мање или једнако са нечим. Касније се истобројност овала као аистрактан појам, независно од природе конкретних скупова. Последња фаза у формирању појма броја јесте његово схватање као својства једнакобројних скупова, независно од распореда елемената и њихове вредности. Све ове фазе пратили су покушаји да се број забележи на неки начин и да му се изговори име. У овом раду посматра се примићиван начин здесивања броја, који називамо наивни симболизам. Највећа тежња посвећена је здесивању преко чворова на канаду (кибуца) и зарезима на дрвету (рабошима). Приказивање историјског пута у развоју појма броја има за циљ да укаже на методички пут његовог формирања.

**Кључне речи:** број, наивни симболизам, кибуц, рабоши, чвор, зарез у дрвету.

### Рађање појма броја

Појам броја је један од основних појмова са којим се човек служио током читаве историје свога постојања. Свакодневне потребе живота нагониле су га да још у прастарим времена запажа квантитативне односе међу предметима из своје околине. Научио је да преbroјава и упоређује. Са појавом земљорадње, занатства, размене добара и развојем мануфактурне производње, у човековој свести су се развијале и афирмисале представе о различitim квантитативним од-

носима предмета и о појавама спољашњег света.

Процес формирања појма природног броја има дуготрајан и сложен историјски пут. Том процесу претходи уочавање једнакобројности међу различитим скуповима. У почетку то својство није одвајано од конкретне природе скупова. На пример, људи су првобитно знали да два риболовца имају једнако уловљених риба, али то нису изражавали никаквом посебном речју што би упућивало на назив неког броја.

## *Почеци записивања броја помоћу канайа и штапа*

Даље, виши развој људског друштва доводи до неопходности да се бројност једних скупова изрази преко бројности других скупова, тј. заједничко својство - *једнакобројност* сада се усваја као нешто што није везано за конкретну природу самог скупа (његових елемената). У овој фази развоја један скуп се узима као узор (карактеристичан скуп) са којим се пореде сви остали скупови, код којих се занемарује својство елемената и који су једнакобројни са тим скупом. Да би човек, на пример, саопштио да је видео пет птица, он је говорио да птица има колико и прстију на једној руци. У тој фази бројеви добијају називе, најчешће једнаке називима карактеристичног скупа.

На крају, занемарујући својство елемената и њихов распоред код коначних једнакобројних скупова и апстрактујући њихово заједничко својство - бројност, долази се до броја у чистом виду, тј. до апстрактног појма броја. Тај број је у почетку био неодвојив од скупа. Говорило се две јабуке, два дрвета итд. Много хиљада година требало је да прође, па да човек схвати само реч *два* (без именовања конкретног скупа) као заједничко својство свих скупова са по два елемента.

### **Записивање бројева (наивни симболизам)**

Скуп имена и знакова помоћу којих можемо да запишемо произвољан број и дамо му име, назива се систем бројева или *нумерација*. Циљ сваке нумерације јесте да се напише произвољан број помоћу групе индивидуалних знакова (цифара). Тај циљ могао би да се оствари и само са употребом једне цифре (1), а сваки број да се записује са онолико јединица колико их садржи. Али овакво писање би било веома гломазно. Наши бро-

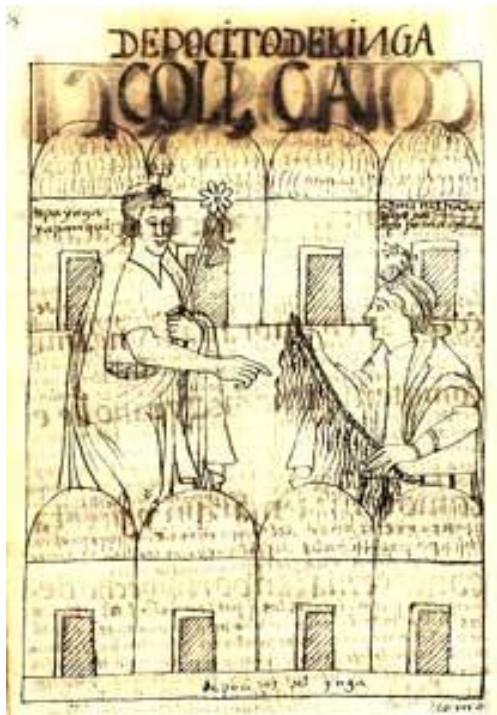
јеви записују се помоћу десет цифара. Лакоћа записивања и баратања бројевима резултат је дуге еволуције броја. Његово записивање почиње његовим представљањем преко различитих предмета.

Наука није у стању да одговори када и како су почеле да се пишу прве цифре. Вероватно много касније него што су се ти бројеви изговарали. Сматра се да најстарији записи бројева потичу од старих Сумераца.

### **Записивање бројева помоћу чворова на канайима (кигуи)**

Међу првим начинима записивања бројева спада и представљање бројева помоћу чворова на конопцима тзв. *кигуима*. Писмо помоћу чворова представља по некима најстарији начин записивања људских мисли по неком систему. Уместо папира и оловке стари народи су узимали канапе и на њима везивали чворове. Чворови су се везивали на разне начине и у разним бојама. Код Перуанаца су постојали државни чиновници познати под именом кипукамајокуни (*qiricamatocunis*) који су на ужадима, помоћу чворова, водили државну статистику и финансије. Свако село имало је по једног стручњака за писање кипу-књига.

Следећи цртежи из књиге цртежа *Ле-  
шойис Индијанаца* од Дон Фелића Хуамана  
*Пома де Ајала*, настале између 1586. и 1631.  
године, приказују свакодневни живот Инка  
индијанаца. На сликама се виде рачуновође  
(кипукамајокуни) како држе кипуе у рукама.  
На другој слици, у левом углу се види и  
таблица са које рачуновођа преноси рачун на  
кипу. На трећој слици, поред кипуа,  
рачуновођа у руци држи и књигу.



### *Почеци записивања броја помоћу канапа и шната*

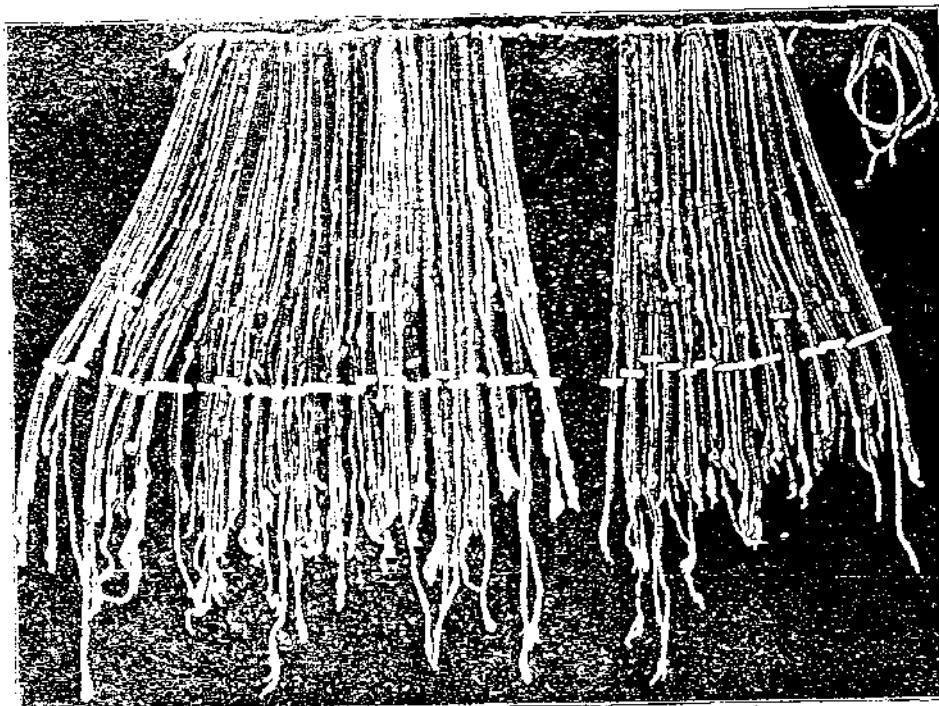
Херодот (1980, гл. 98) нас у својој *Историји* упознаје да је коришћење чврова за бележење бројева постојало и у Европи. Ту сазнајемо да је Персијски краљ Дарије дао Јоњанима канап са 60 завезаних чврова и наредио да сваки дан одвезују по један чвр. Уколико се он не врати пре него што одвежу све чврлове, они могу да се врате својим кућама. Чврлове, као бројаче молитви, употребљавају и данас монаси у манастирима. У православној цркви зову се *бројанице*, у католичкој *крунице*, а код муслимана *тиесиси*. Кинески краљеви употребљавали су бројанице од 104 нанизана бисера да би измолили 104 молитве.

Сачуваних кипуа је веома мало што онемогућава уочавање неког система писања. Има истраживача који сматрају да су чврловима записивани само нумерички подаци, мада је вероватнија верзија да се ради о писму уопште. Неки сматрају да је запис помоћу бинарног система, баш онакав како

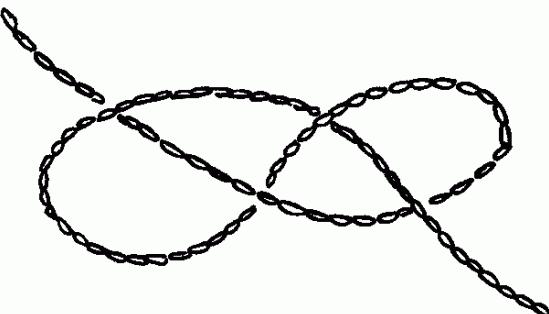
раде данашњи компјутери. Тако, харвардски антрополог *Gary Urton* сматра да кипуи представљају седмобитне бинарне кодове који омогућавају да се запише више од 1500 одвојених информација.

Различито обојени канапи представљали су различите објекте реалности. На пример, жуто обојен канап представљају је злато, црвени - војску, бели - мир итд. Како бојама, због њиховог ограниченог броја, нису могли бити представљени сви појмови, њихово значење одређивано је према месту чвррова на канапу. На пример, ако се знак за оружје налазио на највишем положају то је значило копље, затим, следећи знак за оружје тумачи се као стрела, па даље секира итд.

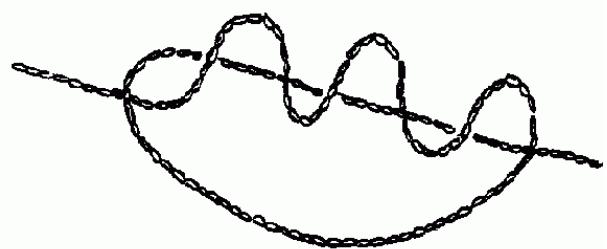
Бројеви од 1 до 9 могли су бити "записивани" на веома једноставан начин. Тако, број чвррова једнак је броју јединица из којих се састоји број.



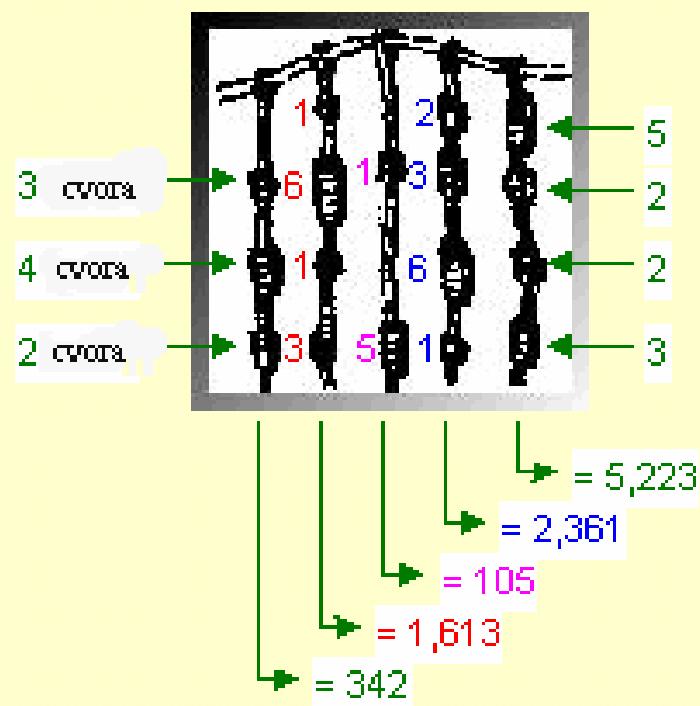
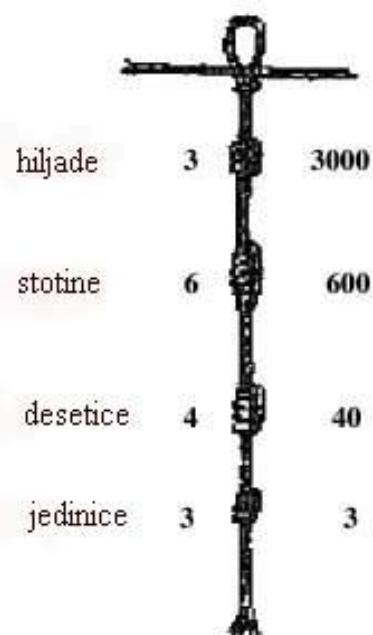
*Најстарији развијени начин записивања људских мисли помоћу чврова (кипу). Најчешће је главно у же дугачко око тридесетак центиметара, а ужад везана за њега не прелазе 60 центиметара.*



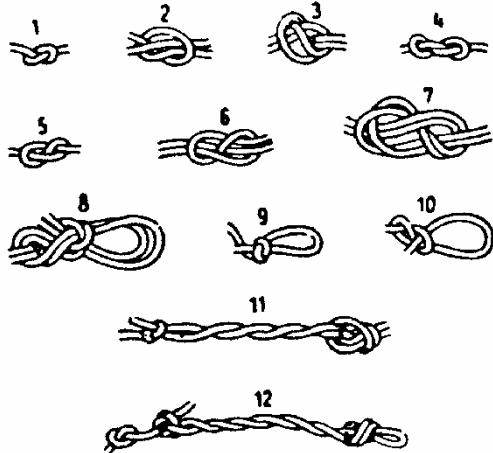
Запезањем канайа добија се 1 чвор који представља број 1



Број 3. На сличан начин добијају се бројеви 2-9



Запис вишецифреног броја може бити декадни, позициони и то на веома једноставан начин. Цео број пишети се на једном канайу, а јединице, десетице, стотине итд. биле би представљане ог краја према главном у жећу за које је везан тај канай. На горњим сликама приказано је такво записивање бројева. На слици лево записан је број 3643.



*Означавање бројева помоћу чврова нађено у Немачкој*

Употреба чврова за означавање бројева пронађена је у Немачкој у вези са количином брашна у врећи. Чврви који представљају бројеве од 1 до 7 употребљавани су за количину жита. Мера за брашно била је *Сестер*, који се састојао од 10 *Масела*. Тако је чврвима представљано: 1 (1 Масел), 2 (2 Масела), 3 (5 Масела = пола Сестера), 4 (10 Масела = 1 Сестер), 5 (Алтернатива за 4), 6 (2 Сестера), 7 (6 Сестера).

Чврвима 8-12 представљан је тип брашна: 8-сточно брашно; 9-раж; 10-јечам; 11-житно брашно, прва класа; 12-житно брашно, друга класа.

#### *Записивање бројева помоћу уреза на штапу, костима, камену и сл. (рабоши)*

Осим чврова, стари народи су за "записивање" користили каменчиће, зрнца плодова, школјке итд.

Тако, Херодот (1980, гл. 176) у својој *Историји* говори о женама либијског племена Гинђаним: "Свака жена око глежња

носи много кожних колутова, и то као што се приповеда, због овог узрока. Када год с новим мушкарцем легне, стави колут око глежња, па која их има највише за ону се држи да је најбоља, јер ју је највише мушкараца обљубило."

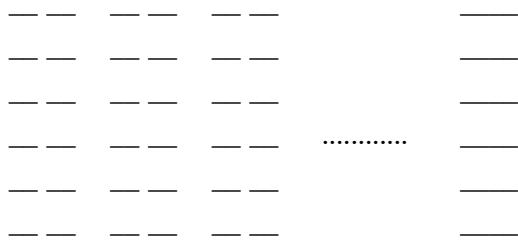
Да би имао "записан" број својих оваца, примитивни чобан је за сваку овцу узимао по један каменчић и стављао га у своју торбу. Када је увече желео да види (преброји) да ли су све овце на броју, опет је вадио по један каменчић и додељивао је по једној овци. Ако му је неки каменчић остао више, то је значило да му фали нека овца. Основни принцип је, као што видимо, 1-1 додељивање и уочавање једнакобројности између два различита скупа. Можемо замислити чобане са великим бројем оваца: морали су да носе пуне торбе каменчића. Из тог разлога измислили су слично бележење бројева помоћу низа цртица на неком материјалу (дрво, коске итд.). Сва та записивања носе обележје под именом *наивни симболизам*.

У Чехословачкој је 1937. године пронађена жбица младог вука из каменог доба, дуга 18 цм. На њој је представљено 55 паралелно зарезаних црта. Првих 25 је груписано по 5. Тих 25 је подвучено једном цртом два пута дужом од осталих. Затим долазе остали зарези исте дужине. У планинама Јужне Африке нађена је кост бабуна на којој је урезано 29 зареза. Старост ове кости је око 37 000 година.

У Абидосу, граду у горњем Египту, у храму фараона Сета I нађен је барељеф (1350. г.п.н.е.), тзв. *Плоча из Абидоса* на којој су урезана два низа имена фараона. Бог Тот им помоћу зареза на палминој грани бележи дужину владања.

Кинези су веома рано бројеве записивали цртама. Тако су пронађени симболи у

облику црта из трећег миленијума п.н.е., који носе назив *же-Ким*. Творац тих симбола је кинески законодавац *Фу-си*. Симболи су састављени од 64 фигура. Свака фигура састављена је од по 6 редова у којима су испрекидане или континуиране дужи. У следећој табели дате су прве три, као и последња 64. фигура:



Дуго је значење ових црта било необјашњено. Тек у 18. веку Лајбниц је претумачио значење ових симбола. Наиме, ради се о првих 64 бројева представљених у бинарном бројевном систему. Ако испрекидане црте "— —" представимо као нула, а целе "—" као јединицу, онда фигуре имају редом значење: 000000, 000001, 000010, ..., 111111. Преведено у декадни бројевни систем добијамо редом бројеве: 0, 1, 2, 3, ..., 63. Напоменимо да су се Кинези служили цртама када су исказивали и друге појмове из живота.

Међу најважнија, стара мнемотехничка средства за записивање, која се сматрају претходницама писма, спадају *рабоши* или *равоши*. Представљају палице од дрвета или неког другог материјала на којима се налазе урезани записи (рецке и шаре).

Рабоши припадају вишем ступњу цивилизације. На њима није сликовно писмо, већ писмо веће апстракције са конвенционалним знацима за споразумевање. Поруке на рабошима читане су без тешкоћа од стране различитих племена, иако се та племена јези-



*Веома примијтивни рабоши од костију вука нађени су у Африци. Потичу из периода 6500 г.н.е. Чувају се у Британском музеју.*



*Рабош израђен од камена, откријен у Јужној Африци 2002. г. Потиче из 70000 г.н.е. Због боје је назван "очек камен".*

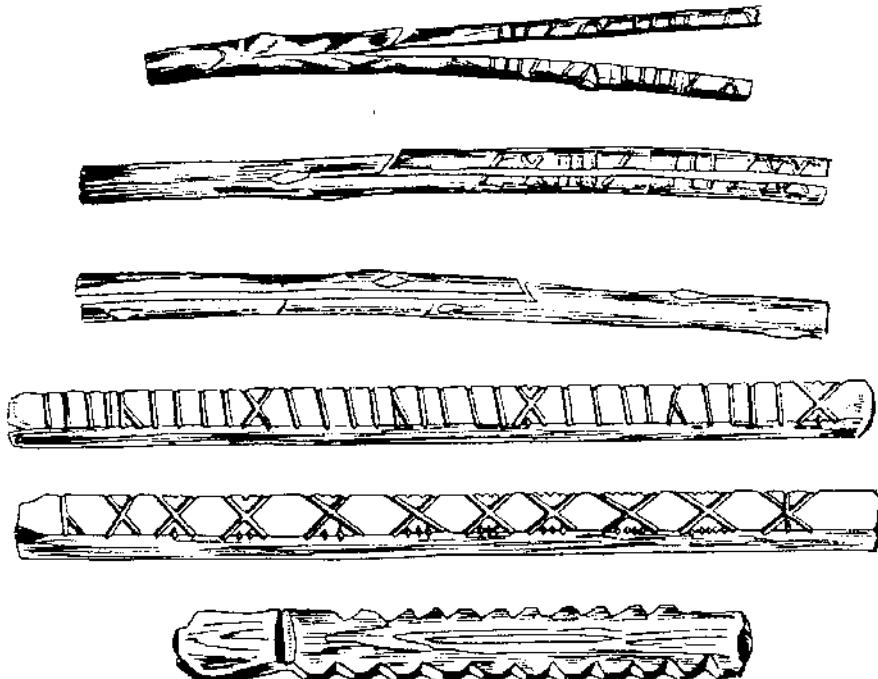
---

*Почеци записивања броја помоћу канайа и штапа*

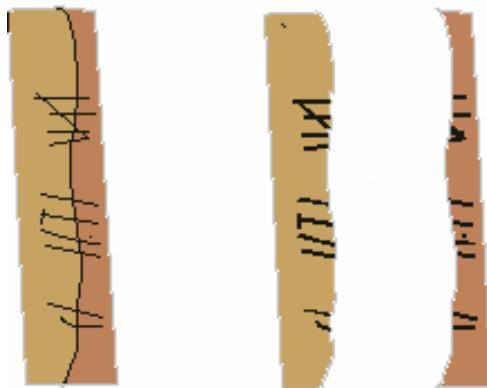
ком тешко споразумевају. Записивање помоћу рабоша веома је старо и среће се код старих Германа, Скита, Скандинаваца, Монгола, Словена, Кинеза, Египћана и других старих народа. Рабоше употребљава и цивилизован свет. Користе га негде у Србији за пребројавање оваца, одмеравање нивоа млека у суду, вина у бурадима, бројање пуних месеци до неког догађаја, бројање колико је сељак извезао ћубрива на њиву итд. Раније су га користили пекари. Пекар, да би знао колико је хлебова издао на вересију, штап дужине 10 цм (до једног метра) зацепљује, као што се види на следећој слици, а затим одсека један део. Дужи део (квочка) остаје њему, а крахи (шиле) даје се муштерији. Када потрошач дође по хлеб доноси свој део (шиле), који пекар прислања на свој (дужи део, квочку). Затим засеца оба дела са оно-

лико црта колико је потрошач узео хлебова. Када дође време плаћања опет се поклапају делови, а са њима и рецке и дуг измирује. После тога делови се заједнички уништавају. Као што видимо, превара је, са било које стране, на овај начин искључена.

На сличан начин, као што су пекари давали хлеб на вересију и то бележили, радили су и банкари у Енглеској. Када је неко позајмљивао новац од банке, банкари су суму бележили на рабошу, затим је рабош расстављан на два дела: један је задржавала банка, а други онај који је позајмљивао новац. Када би новац био враћан, делови су спајани и ако заједно чине почетну целину, дуг је измирен. Банка је свој део давала оном ко је дуг измирио и то му је служило као признаница о плаћеном дугу.



*Примери рабоша (слика преузета из З. Кулунић, 1957)*



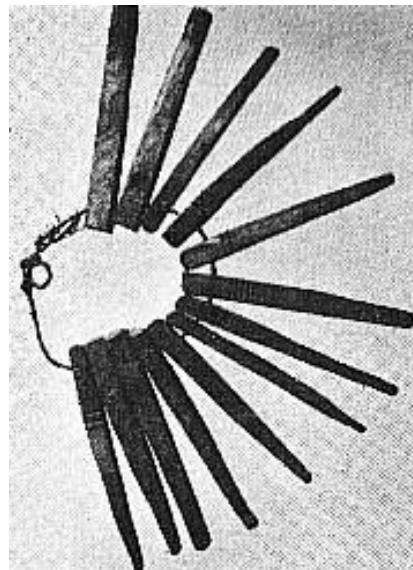
Коришћење рабоша у банкама Енглеске.

На целом рабошу бележен је дуг, а зајим је рабош раздвајан, један део је узимао банкар, а други онај који је од банке зајмио новац.

У старом Риму рабоше су називали *tallia* или *taleae*, а употребљавани су као потврде о плаћању пореза. Напоменимо да се на тај начин и у Европи наплаћивао порез у средњем веку. О томе сведоче и следеће речи које се данас употребљавају за порез: *taille*-француски језик, *taglia*-италијански, *talha*-португалски. Порекло наше речи *порез* можда можемо такође тражити у рабошима, јер се наплаћивао по резу. Стари Германи су рабоше правили од буковог дрвета и називали су их *Buchstabe*. У савременом немачком језику реч *Buchstabe* значи појединачно, одвојено слово. Очигледно је да савремена реч за слово асоцира на његово првобитно записивање на рабошима. У Енглеској још у 19. веку рабоши су служили као доказно средство на судовима и називани су *tally-sticke*.

David Diringer, бивши професор на Универзитету у Кембрију, на једном скупу у Лондону, одржаном 1953. године, у свом саопштењу *Каталог Стилесове изложбе алфабета* каже: "Роваши су се службено

употребљавали до године 1832. као намире за новац, који је уплаћиван у ризницу; детаљи обављеног послана били су унесени на њих писмом, док су урези означавали износе. Урез за стотину био је широк као палац, за фунту као зрно јечма, а мала огработина означавала је *penny*." (према З. Колунцићу, 1957, стр. 80). У то време Швајцарци користе рабоше као средство за испоруку млека млекарницама.



На слици лево приказана је "тареска књига" нађена у Русији. Сваки од нанизаних рабоша представљао је једно домаћинство. Да би се домаћинства разликовала, сваком је урезиван посебан знак. На одговарајућем рабошу урезан је још број чланова фамилије и дуг за тарез.

У најстаријој филолошкој расправи о научној вредности словенске азбуке и најстаријем споменику писаном ћирилицом, *Слово о писменима* (863. г.), који је написао непознати монах, црноризац, назван због своје одважности Црноризац Храбар, стоји: "Пређе Словени не имајаху књигу, него по цртама и резама читаху и гатаху". У Србији,

рабоши су се све до краја 19. века употребљавали као доказно средство на судовима. Тако, према параграфу 25. *Грађанско-судској постулату* од 1887. године стоји: "Пекари, месари, млекари, водоноше, свећари и овима подобни, могу доказивати рабошем (и квочком), на коме се потписао или свој печат ставио онај, који је ствари примио." Српски књижевник Милан Ђ. Милићевић (1831-1908) описује овако свој боравак у београдској Богословији: "Један од професора водио је рачуне о тој економији, а по један ћак из сваког разреда, редом, примао је од пекара на рабош хлебове и раздавао их ћацима." (*Из својих усвојомена*, II, Београд, 1895, стр. 28/29). О коришћењу рабоша у нашим крајевима писао је и етнограф Боривоје Дробњаковић (1890-1961) 1933. године. Према њему, "рабоши су се и до данас одржали, нарочито тамо где се удружују са стоком. Такав је, на пример, случај у селима у околини Ђевђелије и у Малешеву у Македонији, затим у Тимочком Заглавку, у околини Пирота итд. У околини Ђевђелије се домаћини удружују (кардаре) и заједнички држе овце по бачијама. По опису С. Тановића, сваки домаћин води рачуна о своме малу, а исто тако и овчар. Овчар има дрвени рабош, на коме је онолико страна, колико има удруженih домаћина. Свака страна рабоша је намењена једном домаћину. Рабош је при врху пробушен, да би се узицом могао везати за појас, да се не изгуби. У глави рабоша, одмах испод те рупе, рецкама је забележен број оваца свакога кардара, а те су рецке одвојене малим зарезом са стране рабоша. Даље, у продужетку рабоша, бележи се количина млека и друго. Знаци за обележавање цифара су, на пример: за јединицу обичан убод бритвом (сајком); за пет коси зарез бритвом с једне стране; за десет једна коса рецка; за двадесет две укрштене рецке,

тако да личе на латинично слово X. Ако се, на пример, на рабошу хоће да забележи 93, урежу се четири ознаке, које личе на латинично X, затим једна коса рецка која означава десет, и најзад се врховима бритве направе три убода, што означава три. И у Малешеву домаћини удружују стада за заједничку мужу. По Ј. Павловићу, ово удруживање почиње на неколико недеља пре Ђурдевдана, а траје до св. Илије. На бачијама се у рабоше, који су дугачки до 1.5 м., рецкама означава колико ко од удруженih домаћина има млека. На рабошу се зна место за сваког домаћина и нарочитим рецкама је за сваког означено колико има копаница (дрвених чаша), бакрача и ведара млека.

Исти је случај и у тимочком селу Радићевцу, а и у неким нашим крајевима. Неколико лепих примерака ових рабоша има и наш Етнографски музеј у Београду." (Цитирано према З. Колунџићу, 1957, стр. 80,82).

Још почетком 20. века у Босни и Херцеговини, у кафанима, по зиду или каквој специјалној дасци, уписано је зарезима када би неко попио кафу или нешто друго задужио, а када би измирио дугове зарези су брисани.



*Календар из каменог доба:  
Једна страна изрезбареног  
комада орловске кости из  
каменог доба, нађена у Фран-  
цијуској. Урезане прелице представљају датално обележене  
месечеве мене.*



Скулптура бодиње једногодишњи исклесана од комада кречњака између 27000. и 20000.

године Ј.Н.Е., нађена у Француској.

Рођ који држи бодиња изрезбарен је цртама којих има онолико колико има лунарних месеци у години.

Савремени народи су у одређеном смислу сачували наивни симболизам у означавању бројева при игри карата, домина, коцки, означавању табли за мерење водостаја итд. Часовници откуцају онолико откуцаја колико је сати. На цифарницама часовника минути су често означавани цртама итд.

\* \* \*

Историјски пут броја *од конкретног ка аистрактном* представља и методички пут формирања појма природног броја код деце. У почетку деца придржују елементе једног скупа елементима другог скупа (без преbroјавања елемената) и уочавају који скуп има више, који мање елемената и да ли су једнакобројни. Мало дете још док не научи да броји, поклапајући шаке зна да прстију има једнако на обе руке. При упоређивању елемената два скupa користимо 1-1 придрживање. У следећој фази издваја се један карактеристичан скуп са којим се упоређују остали скупови. Тако деца могу уочити 5 прстију, а затим упоређивати остале скупове са по 5 елемената и говорити да имају елемената колико и скуп уочених прстију. Наравно, процес усвајања појма природног броја код деце у школама, методички је тако обликован да је само налик на онај историјски, али много бржи. Уочавајући једнакобројност скупова придржених уоченом - карактеристичном, изговара се и назив броја, а затим записује симбол. Коришћење симбола, без везивања за значење, представља апстрактно поимање броја.

Обрађене су две "машине" за записивање бројева. Иако просте, оне су одиграле историјску улогу у схватању броја као једничког својства једнакобројних скупова, занемарујући редослед елемената и њихову природу. Кипуе и рабоше можемо посматрати као карактеристичне, узор скупове, са којима се у 1-1 кореспонденцији упоређују остали скупови. Можемо их узимати као представнике класе једнакобројних скупова.

## **Литература**

- Болгарский, Б.В. (1979): *Очерки юо исюории математики*, Минск, Вышая школа.
- Бородин, А.И. (1986): *Из исюории арифметики*, Киев, Вышая школа.
- Гутер, Р.С., Полунов, Ю. Л. Полунов (1981): *Оти абака до комьютера*, Москва, Знание.
- Депман, И. Я. (1965): *Исюория арифметики*, Москва, Просвещение.
- Юшкевич, А.П. (1976): *Хрестоматија юо исюории математики*, Москва, Просвещение.
- Кулунџић, З. (1957): *Хисюорија юисма*, Загреб, НИП.
- Menninger, K. (1992): *Number Words and Symbols*, New York: Dover Publications.
- Херодот (1980, превод Арсенић, М.): *Исюорија I*, Нови Сад, Матица српска.
- Wilford, J.N.(2003): *String and Knot, Theorз of Inca Writing*, New York Times, August, 12.
  
- <http://home.c2i.net/greaker/comenius/9899/indianumerals/india.html>: Numers: Their History and Meaning (2006).
- <http://www.maths.adelaide.edu.au/people/pscott/history/katherine/page2.htm>: Methods of Counting and Their Uses (2006).
- [http://www.agutie.homestead.com/files/Quipu\\_B.htm](http://www.agutie.homestead.com/files/Quipu_B.htm): The Quipu Incan Data Structure (2006).
- <http://www.math.tamu.edu/čdallen/hollywood/counting/counting.htm>: A little counting (2006).

## **Summary**

*One of the basic terms, which is essential for whole mathematics, and all human activities is a number. At the very beginning a number was inseparable from groups, which were compared according to the same. It was understood that there was more of a kind, less or equal. Later on, same numbers were detached as an abstract term, apart from nature of definite groups. The last phase in forming the term of a number is its understanding as means of equally counted groups, apart from the places of elements and their kind. All these phases were followed by attempts to mark the number and utter its name. We observe a primitive way of noting down numbers, which is called naive symbolism. The greatest attention is given to noting down with knots on a string and marks on a tree. Showing historical way in the term of number development has the aim of showing methodological way of its forming.*

*Key words:* number, naive symbolism, "kipu", "rabos", knot, tree mark

**Изворни  
научни чланак**

**Др Радован Антонијевић**  
**Институт за педагошка истраживања, Београд**



## **Појам "знање" и облици знања у настави**

**Резиме:** У раду су представљена различите одређења знања, као и дидактичке дефиниције знања у настави и разматрања о природи и основним својствима појединачних облика знања у настави, који представљају саставни део садржаја наставног програма, уџбенника и наставног процеса. Да би се боље упознала природа процеса сазнавања у настави, за дидактику као науку и за методике посебних наставних предмета, значајно је и неопходно дубље упознавање саме природе и основних својстава знања у настави. Анализом дидактичке и методичке литературе уочено је да се, слично као и у оквиру логике и гносеологије, знање одређује на различите начине, у складу са најлашавањем неког посебног аспекта или својства знања, који се односи на његову унутрашњу структуру, начин настајања знања у процесу сазнавања и учења у настави, применљивост знања и слично. Прегледом различитих класификација облика знања уочано је да постоје различити начини развортавања знања у настави, односно различити критеријуми развортавања знања по облику, сложености, нивоу усвојености и схваћености и слично.

**Кључне речи:** знање, знање у настави, знање чињеница, појмовно знање.

У постојећим условима бурног развоја нових технологија све више на значају добија садржај образовања сваког појединца, посебно онај аспект садржаја образовања који се одвија у организованој настави, у оквиру институционализованих облика образовања и васпитања. Садржај образовања посебно добија на значају због чињенице да примена нових научних достигнућа кроз нове технологије не захтева само увећање броја

експерата највишег ранга у одређеној области рада, него и због тога што савремени човек мора стећи одређена основна знања и развити одговарајуће способности које ће му омогућити да се прилагоди околностима и кључним захтевима примене нових научних знања и нових технологија. И овде долазимо до показатеља изузетног значаја који у образовању сваког појединца мора да има развој интелектуалних способности, поготову у

оној области која се непосредно односи на развој теоријског мишљења, као и развој *система знања* и *система научно-теоријских појмова*, који су непосредно повезани са развојем теоријског мишљења. Давидов (1972: 5) посебно наглашава да се у току изградње наставног програма, формирања структуре и садржаја наставног програма, мора пројектовати садржај наставе, на основу неопходности да један од кључних циљева савремене наставе буде формирање значајно вишег нивоа способности мишљења ученика, него што је то било предвиђено наставним програмима у оквиру традиционалне наставе, односно да то мора бити ниво *савременог научно-теоријског мишљења*, чије се закономерности откривају у оквиру материјалистичке дијалектике, као логике и теорије сазнања. Овај циљ је у оквиру традиционалне организације наставе и наставног програма само декларативно постављан, без неопходне конкретизације садржаја његове реализације која би била усмерена на реализацију овог изузетно значајног циља наставе. Савремени развој науке и технике и њихово непосредно испољавање у свим областима рада и живота, као и потребе и захтеви које овај развој собом носи, управо намећу нужност да се у оквиру савременог институционализованог образовања посвети одговарајућа пажња реализацији овог циља наставе.

У складу са полазним научно-теоријским становиштем, односно прихваћеном теоријском концепцијом наставе и процеса сазнавања, у садржаје наставе може се "уградити" и одређени *модел повезаности знања*, који на одговарајући начин, у мањој или већој мери, одражава основна својства развијеног система знања у оквиру једне или више научних дисциплина. Знања која сачињавају саставни део садржаја наставе налазе се у

сложеним односима међусобног прожимања и условљености. То се посебно односи на знања у оквиру садржаја поједињих наставних предмета, али исто тако и на међусобну повезаност знања из различитих наставних предмета, између наставних предмета код којих постоји повезаност знања и појмова. У сличном односу вишеструке повезаности и условљености налазе се и знања која су ученици усвојили у настави. Облици и квалитет, ниво и дубина веза и односа које се успостављају између знања која ученици поседују, непосредно одређују и представљају ниво и природу њихове повезаности у целовит и логички доследан систем знања, уколико овакав систем знања постоји код ученика, односно уколико је омогућено садржајима наставе да се изгради у наставном процесу систем знања који се као значајан императив намеће у савременим условима, као важан циљ савременог институционализованог образовања.

Повезаност знања у оквиру садржаја наставе има веома сложену и широку заснованост. Суштинску основу повезаности знања у настави, која се изражава у виду постојања система знања и појмова, проналазимо у структури саме науке, у систему знања, фонду знања које одређене научне дисциплине поседују управо у оквиру одређеног модела повезаности знања који је карактеристичан за науку уопште и за посебне научне дисциплине. С друге стране, сама наука за систем знања који поседује своје исходиште проналази у сложеној, вишеструкој повезаности и условљености предмета, појава и процеса у објективној стварности, у свету који нас окружује. Не постоји ни један једини сегмент објективне стварности у којем се не може уочити постојање сложеног сплета међусобних веза и односа, који по својој природи могу бити односи зависности, ус-

ловљености, узајамности, узрочно-последични односи и слично. Такву засупљеност комплексних веза уочавамо већ код структуре атома, као елементарних честица материје, структуре која, такође, има изузетно сложен садржај. Многострука и слојевита сложеност света који нас окружује посебно се уочава у делу објективне стварности који означавамо као живу природу. У области живе природе налазимо изузетно сложене односе повезаности и условљености чак и најелементарнијих структура, као што је ћелија, и начина међусобног функционисања унутрашњих делова те структуре, као и функционалних односа у односу на друге структуре којима ћелија припада. Такође, и у области друштвених односа, а поготову у области интерперсоналних односа, повезаност и условљеност поприма најсложеније могуће форме. У свету који нас окружује сви предмети, појаве и процеси подлежу сложеним и вишеструким испреплетаним механизмима узрочно-последичних односа. Било који догађај или процес не започиње спонтано, сам од себе, нити иједан сегмент његовог одвијања има елементе случајности, без обзира на то што се често случајност намеће као једно од својстава одвијања. Све је део једног ширег и комплекснијег система веза и односа који постоји у свету који нас окружује и подлеже различитим законитостима његовог функционисања, на основу којих везе и односи и постоје.

Као што су предмети, појаве и процеси у свету који нас окружује вишеструким и вишеслојно повезани и условљени, тако и знања у оквиру наставног програма, у садржају наставе, треба да буду изабрана на тај начин да се *ученицима омогући откривање суштине појава* које представљају предмет сазнавања, *откривање њихових сложених унутрашњих веза и односа и да се*

*на основу тога омогући формирање системе знања код ученика.* То је модел наставе у чијим садржајима је омогућено откривање и усвајање научно-теоријских знања и појмова и развој операција научно-теоријског мишљења који су непосредно повезани и условљени и чије усвајање и развој представља део јединственог процеса сазнавања. Повезаност знања у таквим садржајима наставе представља њихово унутрашње, суштинско својство.

На почетку разматрања о основним својствима знања које свака индивијуа у савременим условима треба да усвоји, као и о природи повезаности таквих знања, неопходно је изнаћи адекватне одговоре на низ питања, као што су: шта је знање? који облици знања постоје? која су основна својства одређених облика знања? и слична питања. Да би се потпуније схватила дубина проблема повезаности знања, природе, нивоа и основних својстава те повезаности, нужно је претходно поћи од разрешавања одређених недоумица у вези с тим, односно изнаћи адекватне одговоре на претходна питања. Један од првих корака који је неопходно учинити у одређивању основних карактеристика знања као филозофске, логичке, епистемолошке, гносеолошке, психолошке и дидактичко-методичке категорије, јесте давање адекватних одговора на питање шта је знање, односно покушај одређивања дефиниције појма "знање". Одговори на ово питање постоје у оквиру филозофије, али и у оквиру других релевантних научних дисциплина. Проблемом дефинисања и одређивања основних битних карактеристика знања бави се гносеологија, као општа теорија сазнавања, док се самим научним знањем бави епистемологија, као теорија научног сазнавања. Дефиниције знања постоје и у оквиру психологије и дидактике и

те дефиниције се односе на облике знања који представљају посед индивидуе, дакле знања које је усвојено од стране индивидуе. Јасно појмовно одређење "знања" представља основу за одговарајуће формулисање и одређивање дубљих, садржинских проблема у вези са људским сазнањем, као што су проблем природе, порекла, облика, граница сазнавања, структуре и повезаности знања код индивидуе. Свemu томе претходи проблем одређивања појма "знање" и овај корак је неопходан да би се могло темељно расправљати о суштинским својствима знања у настави.

Одговоре на питање о томе шта је знање уопште, дају филозофи и логичари који настоје да утврде основне елементе неопходне да би се нешто могло сматрати знањем. Разматрајући основне елементе дефиниције знања и сазнајног оправдања, Лазовић се у одређивању основних недоумица, када је у питању прихватање одговарајуће дефиниције знања, ослања на традиционалну дефиницију знања, која гласи: *знање је истинито оправдано веровање* (1995: 56). Међутим, традиционална дефиниција знања је већ увек превазиђена у савременој логици и гносеологији, с обзиром на чињеницу постојања бројних снажно аргументованих логичких приговора појмовном одређењу знања на овај начин. Гетије (E.L. Gettier) наглашава да су кључни напори у вези са проблемом одређивања дефиниције знања чињени у правцу покушаја непосредног одређивања нужних и довољних услова, на основу којих би се нечији исказ о ономе што представља предметну основу знања могао сматрати знањем о том предмету (Павковић, 1980: 138). Садржај дефиниције знања мењао се непосредно у правцу одређивања неопходних и нужних услова, чије је присуство потребно да би се нешто могло сматрати знањем.

Код руског филозофа Тугаринова сазнање се разматра као део психе, из које произилазе не само сазнајни, већ и предсазнајни и безсазнајни процеси. Сâмо "сазнајно" Тугаринов одређује на следећи начин: "*Сазнајним се називају такве психичке љојаве и операције човека које се спроводе кроз његов разум и вољу, које су њима истиосредоване*, и које, сходно томе, као своју последицу имају знање о нечму што он ради, мисли или осећа" (1971: 38). У овом филозофском одређењу знања нагласак се ставља на компоненте разума и воље које, према мишљењу аутора, представљају основу знања које човек поседује. Уз ове две компоненте психе, такође, провлачи се и компонента делатности, као незаobilазан чинилац настајања знања.

У логици, психологији и дидактици постојала је потреба да се одреде основне карактеристике односа између *знања* и *појмова*. Одређивање адекватних дефиниција појмова "знање" и "појам" и одређивање природе њиховог међусобног односа неопходно је да би се избегло често поједностављивање овог односа, као и поистовећивање садржаја знања и садржаја појма, с обзиром на чињеницу да се често "знање" и "појам" користе као синоними. У логици појам се одређује као мисао о суштини онога што представља предмет поимања. Та мисао се изражава логичким судовима којима се исказују суштинска својства предмета поимања. У психолошком смислу садржај појма чине знања о одређеним својствима предмета поимања, односно предмета сазнавања, знања која нека индивидуа може да поседује. И овде долазимо до кључног елемента односа између знања и појма. Ако садржај појма чине знања о суштинским својствима, исказана у облику логичких судова, онда се може сматрати да "знање о нечму" пред-

ставља саставни елемент "појма о нечему", с тим што појам представља шири, обједињујући, повезујући мисаони модел у односу на посебна и појединачна знања која чине саставни део садржаја појма. Међутим, није погрешно изједначити "појам" и "опште знање", ако се прихвати опште знање као знање о одређеном општем односу, унутрашњој суштинској повезаности, у оквиру неког предмета сазнавања. Такође, појам "знање" користи се и за означавање неке суме, скупа знања, као збирна именица којом се означава нека одређена група знања.

Као што постоји потреба да се у оквиру филозофије постављају одређена питања која се односе на природу знања, тако се и у оквиру дидактике јавља слична потреба. Шарановић-Божановић наглашава да се пред дидактиком и теоријом наставе постављају питања: шта је знање уопште? шта је то што ученик треба да зна? и шта значи да неко нешто зна? (1995: 96). Са овим кључним питањима у вези са знањем и одређивањем садржаја појма "знање", повезан је низ других питања која се односе, између остalog, на одређивање критеријума сазнатости нечега што представља предмет сазнавања, проблем сврхе сазнавања, мотивационе основе процеса сазнавања и слично. При концепирању и реализацији дидактичког истраживања одређених облика и својства знања, начина њиховог усвајања у наставном процесу, као и основних својстава знања која ученици поседују, важно је узети у обзир основне теоријске и емпиријске поставке других наука по овом питању. На основу наведених разлога, јасно је да се у различитим истраживањима у вези са проучавањем природе знања у настави мора остварити мултидисциплинарни приступ и да се само на тај начин проблемима ис-

траживања у овој области може приступити темељно и свеобухватно.

У оквиру дидактике као науке ослонац за прецизније одређивање појма "знање" углавном се тражи у дефиницијама овог појма које долазе из оквира логике, гносеологије и психологије. Шарановић-Божановић (1995) наглашава да се у оквиру дидактике заостаје у покушајима да се прецизније појмовно одреди "знање" и "процес сазнавања", наглашавајући да је управо процес усвајања знања један од кључних дидактичких истраживачких проблема. Да би се истраживање процеса усвајања знања у настави реализовало као теоријско и емпиријско дидактичко истраживање, није довољно само ослањати се на појмовна одређења знања у оквиру филозофије, психологије и других наука, већ је неопходно да се овим проблемом позабави и сама дидактика. Овим ставом се наглашава потреба да се у оквиру дидактике посвети неопходна пажња проучавању суштине знања, могућности сазнавања у настави, елемената који доприносе квалитету и трајности знања ученика и слично, управо због чињенице да знање и сам процес његовог откривања и усвајања у настави, односно процес сазнавања у целини, представљају кључни чинилац наставе.

Постоје дефиниције знања у којима се наводи "системска" повезаност знања, као његово основно својство. У једној од таквих дефиниција подразумева се да знање представља управо *повезаност* у *систему чињеница и генерализација* и у овом случају се појам "знање" користи у једном ширем смислу, односно знање се сматра скупом појединачних, међусобно повезаних елементарних знања. На пример, Польак (1985: 13), наводећи знање и способности као димензије образованости код људи, под знањем подразумева следеће: "Знање је *систем или*

логички преглед чињеница и генерализација о објективној стварности које је човек усвојио и трајно задржао" (подвукао Р.А.). На истом месту, под чињеницама се подразумевају конкретности, односно појединости о објективној стварности, које човек упознаје перцептивним путем и наглашено је да су чињенице, због њиховог непосредног сазнавања путем чула, човеку очигледне, несумњиве и евидентне. Под генерализацијама, односно апстракцијама, овде се подразумевају различити облици знања.

Код Данилова и Јесипова (1961: 99) знање се одређује на следећи начин: "У знању су одражене појаве реалног света, њихова својства, везе и међусобни односи, законитости њиховог развитка. (...) У сваком наставном предмету знања су изражена фактима, појмовима, законима и научним теоријама које су изложене у одређеном систему, а одражавају реалне предмете, процесе и појаве материјалног света" (подвукао Р.А.). У овом одређењу знања аутори подразумевају да су знања у оквиру наставног предмета изложена "систематизовано", у виду "система знања" у одређеној области. Такође, наглашавају да сам процес усвајања знања од стране ученика представља процес преобраћања основа наука, то јест систематизираног искуства човечанства, у личну својину ученика, у оруђе њиховог мишљења и практичне делатности. У овом случају, када је у питању одређивање појма знања у наставном програму, појављује се одређена недоумица код става о томе да су знања у оквиру наставног предмета "изложена у одређеном систему". Та недоумица се испољава кроз питања која се сама по себи намећу, а то је да ли свако знање може бити у настави изложено у систему и шта се уопште може сматрати системом знања у

настави. Код ових аутора овај став није конкретније размотрен.

Када се разматрају проблеми у вези са дефинисањем и одређивањем основних карактеристика и облика знања, непосредно се намеће и потреба за адекватним разрешавањем проблема међусобног појмовног односа између знања и разумевања. Проблем овог односа испоставља низ питања на које је неопходно тражити одговоре. Шарановић-Божановић (1995: 101) наводи да се у истраживањима која се баве гносеолошком природом феномена разумевања могу уочити различите тенденције одређивања суштине разумевања, од којих посебно истичу следеће две тенденције: (1) разумевање се појављује као дубљи облик знања и достиже се само тамо где се знање преводи у одређени систем; (2) разумевање није само знање, већ процес дубљег пронирања у суштину онога што се проучава. Уочљиво је да се у оквиру ове две тенденције разматра однос између знања и разумевања. Први начин дефинисања и тумачења разумевања односи се на објашњавање разумевања посредством различитих облика знања и представља у одређеном смислу поистовећивање знања и разумевања, то јест разумевање се у том случају тумачи као "дубљи облик знања". За ову тенденцију тумачења феномена разумевања посебно је значајно становиште да разумевање долази до изражaja код знања која су по свом нивоу део система знања. У оквиру другог начина дефинисања разумевања прихвата се приступ који подразумева објашњавање суштине феномена разумевања као облика сазнавања вишег нивоа, односно нивоа који омогућава дубље и шире сазнавање онога што представља предмет сазнавања.

Свако знање је праћено и одговарајућим нивоом разумевања, тако да се не може

ни замислiti постојање знања без разумевања, које се односи на сам предмет сазнавања, као и на међусобну повезаност тог предмета сазнавања са другим предметима сазнавања. Кључно питање односи се на процену значаја разумевања за ниво, дубину сазнатости нечега, односно ово питање се може формулисати управо на следећи начин: у којој мери процес усвајања знања зависи од разумевања која прате процес сазнавања? Такође, слично питање може се поставити у односу на знање које се јавља као исход процеса сазнавања и на проблем његовог односа према разумевању. Посебан проблем представља утврђивање односа знања и разумевања у оквиру садржаја наставе, као и у самом процесу усвајања знања. Разумевање представља основу знања, с обзиром да разумевање као процес представља откривање веза и односа у оквиру предмета сазнавања, а сâмо знање се може сматрати исходом процеса откривања веза и односа. Уколико је ученик у процесу сазнавања у прилици да открије унутрашња, суштинска својства предмета сазнавања, уколико му је омогућено да разуме однос тог суштинског својства према другим својствима, утолико се може рећи да је формирао знање о суштинском својству (односу) код одређеног предмета сазнавања. Такође, разумевање представља и откривање односа и веза које постоје између различитих предмета сазнавања, а то могу бити конкретни предмети, појаве или процеси у свету који нас окружује, односа и веза који по својој природи могу бити веома различити, али сви у одређеном смислу могу бити предмет разумевања. На основу наведеног, може се закључити да "знати нешто", поседовати "знање о нечему" има смисла пре свега ако се може подразумевати да постоји "разумевање тог нечег" што представља предмет сазнавања. Из тих

разлога, разумевање је посебно значајно и за формирање система међусобно повезаних и условљених знања и појмова и у значајној мери доприноси формирању тог система.

Када се покушава изнаћи адекватан одговор на питање "шта је знање?", истовремено се намеће и проблем могуће класификације облика знања, уочавања разлика и разврстavaња облика знања, с обзиром на чињеницу да ако се узме у обзир и само критеријум сложености за разврстavaње знања, лако се може уочити да би се знања међусобно битно разликовала и по овом критеријуму. Несумњиво је да се знања међусобно разликују према многим својим својствима. Ако се прихвати да се знања изражавају логичким судовима, поставља се питање да ли је извор поделе облика знања могуће тражити у облицима логичких судова, односно да ли је могуће прихватити становиште да се знања могу разликовати међу собом на исти или сличан начин како се могу разликовати међусобно логички судови и то према у оквиру логике прихваћеној подели на исказ, став, суд и пропозиционалну функцију. Међутим, на основу утврђених логичких својстава ових облика судова може се закључити да су, пре свега, суд и пропозиционална функција начини, логичка средства изражавања знања. Исказ и став представљају у одређеном смислу зачетке знања, односно изражавање нечега што тек треба да буде потврђено као знање о одређеном предмету сазнавања.

Најопштије разврстavaње знања може се, између остalog, извршити на две основне групе знања (*Педагошка енциклопедија 2*, 1989, 528-529). У прву групу знања спадају чињенице и оне се карактеришу на следећи начин: "Чињенице су, dakле, појединости, конкретности, посебности, истинити подаци или материјалне истине о објективној ствар-

ности; чињенице су човеку евидентне, презентне, опажљиве, непосредне, очите, несумњиве и сазнају се перцептивним путем". Међутим, наглашено је да се чињенице могу стећи и вербалним путем, читањем и слушањем. У другу групу знања спадају *апстракције*, које се дефинишу на различите начине. На пример, у формалној логици оне се одређују као уопштавања онога што је заједничко за једну групу посматраних издвојених физичких предмета. Уопште, у оквиру претходно наведеног извора, под апстракцијама се сматрају следећи облици знања: појмови, правила, принципи, методе, закони, дефиниције, закључци, докази, категорије, аксиоми, постулати, изводи, норме, поставке, хипотезе, антиципације, теорије, мисли, идеје, системи, симболи, алгоритми, формуле, једначине, вредности и тако даље. И код Польака (1985: 14) наведена је идентична подела облика знања која се сматрају апстракцијама. При овом разврставању облика знања уочљиво је да критеријум за разврставање представља, пре свега, ниво сложености знања, тако да чињенице представљају релативно једноставна знања, док различити облици апстракција представљају у мањој или већој мери сложена знања. Међутим, уочљиво је да се у овом случају не дефинише сам појам "апстракција", његова унутрашња природа, као и сам процес настања различитих облика апстракције, која као појам представља темељ поделе знања на одређене облике. У овом случају не објашњава се веза између чињеница и апстракција, односно да ли се до наведених апстракција долази путем "апстражовања" одређених својства из групе чињеница или постоји и неки други пут формирања апстракција. Из тих разлога, наведено најопштије разврставање знања је површно и непотпуно, управо због чињенице да

сложеност знања може бити само спољашњи критеријум разврставања знања, без могућности разврставања облика знања на основу њихове унутрашње природе.

При разматрању знања као психолошке и дидактичке категорије неопходно је осврнути се на то који облици чине структуру знања код индивидуе. У дидактичкој и методичкој литератури употребљава се појам "елементи знања". У једном педагошком речнику наведено је да се под елементима знања подразумевају подаци усвојени из различних извора знања који се релативно трајно задржавају и повезују у јединствену целину, у систем знања. Наведено је да елементе знања чине разноврсни садржаји, као што су: *искусство стечено у практичној људској делатности*, у непосредном контакту са средином и активним односом према њој (навике, умења и вештине); *перцептивни појдаци* (осети и перцепције) као непосредни одраз објективне стварности; различни *други појдаци стечени учењем и јамћењем*; *мисаоно обрађени, апстражовани и уопштени појдаци* подигнути наступање апстрактног логичког знања (појмови, закључци, правила, закони, генерализације); сви *символи фиксирани у искуству* (Педагошки речник I, 1967: 291). Уочљиво је да се у овом педагошком речнику под елементима знања подразумевају облици знања који су веома различити по нивоу своје општости, по начину настанка и улози коју имају у структури знања индивидуе. Несумњиво је и да је повезаност ових знања различита по својој природи, што непосредно зависи од облика и садржаја знања која индивидуа поседује. И у овом случају није посебно разматрана и објашњавана природа односа између елемената знања који припадају различитим категоријама у оквиру наведене поделе елемената знања, као ни то да ли су ове различите групе повезане и у

развојном смислу, односно да неки од ових елемената знања развојно претходе једни другима или да су садржани једни у другима.

Према критеријуму квалитета знања, односно нивоа усвојености чињеница и апстракција, Польак (1985: 14) разликује пет нивоа знања у настави, и то *знање присећања, знање препознавања, знање рејродукције, оперативно знање и креативно* (стваралачко) *знање*. Пажљивом анализом описа основних карактеристика знања на ових пет нивоа, уочава се могућност условног разврставања знања на три општија нивоа, и то: *ниво рејродуктивних знања, ниво оперативних знања и ниво продуктивних* (креативних) *знања*.

Према наведеној подели, знање присећања представља најнижи квалитет знања и његова основна карактеристика огледа се у томе да се човек "присећа" нечега што је у вези са објективном стварношћу. Када обрађују неки нови садржај ученици се само могу присетити да су учили нешто што је повезано са тим садржајем, али не знају ништа више о томе. Польак наводи, на пример, да се ученици у настави математике могу присећати при обради неког садржаја из геометрије да су учили о трансляцији, али ако не знају шта је трансляција и на шта се односи онда се њихово знање о томе налази на нивоу присећања. За знање препознавања карактеристично је да ученици могу тачно препознати неке садржаје, идентификовати њихову припадност и знати на шта се ти садржаји односе, шта они изражавају, али их не могу у потпуности објаснити. Наводи се пример да приликом анализе неког текста из читанке ученици могу препознати врсте речи које текст садржи, али не могу о њима ништа више рећи, у смислу њиховог објашњења. Знање рејродукције карактерише се по томе што су ученици у могућности познавања

неких садржаја на том нивоу да их могу репродуковати, са мање или више сигурности и прецизности. На пример, ако ученик уме да репродукује математичку једначину за израчунавање кружног прстена, али није у могућности да је примени приликом решавања неког конкретног задатка, може се рећи да је његово знање на нивоу репродукције.

За знање оперативности, то јест *оперативно знање* (активно, применљиво, функционално знање), карактеристично је да ученици који поседују знање овог нивоа потпуно сигурно владају њиме, у могућности су да образложе оно што представља предметни садржај одређеног знања, а најзначајније је управо то што та знања умеју примењивати у настави и изван ње, као и по завршетку одређеног ступња образовања. Може се рећи да ученици у том случају могу са стеченим знањем оперисати, не само у оквиру садржаја у којима је то знање стечено, већ и на другим садржајима. Польак као пример наводи Питагорину теорему из геометрије, када ученик упозна основне одредбе ове теореме у низу конструктивних задатака, а онда је у стању да стечено знање примењује на примерима различитих облика правоуглог троугла.

*Креативно*, односно, *стваралачко знање* представља највиши ниво знања по свом квалитету, то јест према нивоу усвојености и дубини разумевања знања које ученик поседује. За креативно знање Польак наводи следеће: "Креативно или стваралачко знање највиши је ступањ у квалитету знања, карактеристичан по томе да човек на темељу стеченог знања напредује даље у *стварању нових добара*, материјалних и духовних. Тај је ступањ знања људски идеал" (1985: 14). Овај ниво знања налази се у основи сваке креативне делатности и ученика и одраслих,

делатности која омогућава стварање нових материјалних и духовних вредности. На пример, у настави техничког образовања ученик мора поседовати знање на овом нивоу да би осмислио и изградио модел електромоторног чамца са даљинским управљањем. Или, у настави матерњег језика, неопходан је ниво креативног знања да би се писао рад на било коју тему или као слободни састав, на писменом задатку. Међутим, Пољак истиче да је ниво креативног знања суштински повезан и са одређеним цртама личности ученика. Креативност као једна од значајних црта личности утврђена је у психолошким истраживањима која су се бавила проблемима односа личности и процеса стваралаштва. Такође, креативност је непосредно повезана и са одређеним димензијама интелектуалних способности, које се у оквиру психологије означавају као дивергентно мишљење.

У савременој дидактици разматра се подела облика знања према критеријуму начина настајања знања, њихове унутрашње природе и онога шта одређена знања изражавају. У том смислу, знања се деле на *емпиристичка и научно-теоријска знања* (Давидов, 1972, 1986. и 1996; Цветковић, 1982). Емпиристички схваћена знања представљају по својој логичкој и психолошкој форми знања која настају на основу активности посматрања спољашњих чулно-очигледних својстава предмета, процеса и појава објективне стварности или наставних средстава која их изражавају. Уз активности посматрања, у процесу усвајања оваквих знања јављају се и активности представљања и апстрактовања, у смислу издвајања својстава на посматраним објектима која су заједничка

за посматрану групу објеката и одбацивања својства која нису заједничка. С друге стране, знања која се именују као научно-теоријска знања одражавају унутрашња суштинска својства предмета сазнавања, представљају неки унутрашњи општи и суштински однос који одређује све друге посебне и појединачне односе у оквиру предметног система.

Знања се могу битно разликовати по својој форми и сложености и на основу тога знања се на одговарајуће начине сврставају у одређене облике. Прегледом класификација облика знања може се запазити да постоје различити начини разврставања знања, то јест различити критеријуми разврставања знања по облику, сложености, нивоу усвојености и схваћености, дубини разумевања предметног садржаја на који се односе и слично. Постојање различитих облика знања имплицира и чињеницу да постоје и разлике у везама и односима, разлике у повезаности између знања у различитим категоријама облика знања, као и између различитих облика знања. У сазнању индивидуе, с обзиром на то да су присутна знања различита по облику, општости, дубини сазнатости предмета сазнавања и слично, постоји сложена структура повезаности знања, што треба узети у обзир приликом истраживања природе и нивоа повезаности знања.

**НАПОМЕНА:** Чланак представља резултат рада на пројекту *Образовање за друштво знања*, број 149001 (2006-2010), чију реализацију финансира Министарство науке и заштите животне средине Републике Србије.

## **Литература**

- Антонијевић, Р. (2000): "Научно-теоријски појмови као основа садржаја наставе", *Педагогија*, бр. 3-4, 455-460.
- Цветковић, Ж. (1982): *Усвајање појмова у настави*. Београд, Завод за уџбенике и наставна средства.
- Цветковић, Ж. (1995): "Улога општих знања у сазнавању посебног и појединачног", *Сазнавање и настава* (171-194), Београд, Институт за педагошка истраживања.
- Давыдов, В.В. (1972): *Виды обобщения в обучении: Логико-психологические проблемы построения учебных предметов*, Москва, Педагогика.
- Давыдов, В.В. (1986): *Проблемы развивающего обучения: оный теоретического и экспериментального психолого-исследования*, Москва, Педагогика.
- Давыдов, В.В. (1996): *Теория развивающего обучения*, Москва, Российская Академия образования.
- Данилов, М.А. и Б.П. Јесипов (1961): *Дидактика*, Сарајево, Веселин Маслеша.
- Ильенков, Э. В. (1984): *Диалектическая логика*, Москва, Издательство политической литературы.
- Лазовић, Ж. (1995): "Знање и сазнајно оправдање", *Сазнавање и настава* (55-74), Београд, Институт за педагошка истраживања.
- Павковић, А. (ред.) (1980): *Свест и сазнање*, Београд, Нолит.
- *Педагошка енциклопедија 1-2* (1989): Београд, Завод за уџбенике и наставна средства.
- *Педагошки речник 1-2* (1967): Београд, Завод за издавање уџбеника Социјалистичке републике Србије.
- Польак, В. (1985): *Дидактика*, Загреб, Школска књига.
- Шарановић-Божановић, Н. (1989): *Теоријске основе сазнавања у настави*, Београд, Институт за педагошка истраживања и Просвета.
- Шарановић-Божановић, Н. (1995): "Знање и разумевање у настави", *Сазнавање и настава* (95-114), Београд, Институт за педагошка истраживања.
- Шешић, Б. (1974): *Логика*, Београд, Научна књига.
- Тугаринов, В.П. (1971): *Философия сознания*, Москва, Мысль.

## **Summary**

*Different determination of knowledge is presented in this paper, as well as didactic definitions of knowledge in teaching and disusing nature and basic characteristics of some forms of knowledge which represent the basic part of the contents of the curriculum, course book and teaching process. In order to know better the process of cognition in teaching, didactics as science and methodologies of particular teaching subjects, it is important and essential to know deeper the very nature basic forms of knowledge in teaching. Analysing didactic and methodological reference books, devoted to studying nature of knowledge and process of cognition, it has been determined that similarly to logic and gnoseology, knowledge is determined in different ways, in accordance with stressing a special aspect or characteristic of knowledge, which refers to its inner structure, ways of forming knowledge in the process of cognition and learning in teaching, application of knowledge etc. Review of different classifications of the forms of knowledge, it has been seen that there are different ways of differentiation of knowledge in teaching, i.e. different criteria of differentiating knowledge according to form, complexity, level of adoption, understanding etc.*

**Key words:** knowledge, knowledge in teaching, knowledge of facts, term knowledge



Др Ана Вујовић  
Учитељски факултет, Београд

Изворни  
научни чланак

## Српски еквиваленти језичких средстава за изражавање рестрикције у француском језику

**Резиме:** С обзиром на то да у литератури о француском и српском језику није посвећено доволно пажње проблему рестрикције, овим радом желели смо да, пре свега, одредимо шта поштојмом подразумевамо (имајући у виду терминолошке разлике између граматика два језика), а затим и да извојимо језичка средstava за изражавање рестрикције и упоредимо их у оба језика. Такође смо уз бројне примере покушали да објаснимо употребу ових језичких средstava, а циљ нам је био да олакшимо разумевање ових израза и превођење са једног језика на други. Закључили смо да су ова средstava у српском језику мање бројна него у француском, али да ипак успевају да изразе сва бројна и различита значења као и она у француском. У оба језика може се извршити горњово иденитична класификација ових средstava.

**Кључне речи:** изражавање рестрикције, српски језик, француски језик, превођење

Циљ овог рада је да прикаже преглед српских еквивалената језичких средстава за изражавање рестрикције у француском језику и да на тај начин помогне при превођењу са француског језика на српски (и обратно). Тако ћемо видети да ли такви еквиваленти постоје, да ли су бројнији или нису у односу на француски језик и да ли бисмо и у српском језику могли да извршимо неке класификације сличне онима у француском.

У овом раду бавићемо се рестрикцијом у ширем смислу која подразумева:

- ограничавање садржине неке реченице или неког реченичног конституента на

значењском плану, као сужавање домаћаја садржине неког конституента или неке реченице (ово је значење појма рестрикције у ужем смислу);

- издвајање, морфолошким или синтаксичким средствима, значења једног реченичног конституента из значења целине коју представља цела реченица или издвајање значења једне реченице из значења неке веће целине (ово је значење појма изузимања).

Пре свега треба указати на то да постоји значајна разлика између лингвистичке

терминологије у француском и словенским језицима. Наиме, по неким ауторима, у словенским језицима под рестрикцијом подразумева се нешто сасвим другачије него у француском: тако у именичкој синтагми *млада девојка* пријев *млада* ограничава денотацију појма девојка, па се назива рестриктивним модификатором или чешће рестриктивним атрибутом. У таквој лингвистичкој и граматичкој терминологији рестрикција се ставља наспрот апозиције, а и једна и друга су две врсте атрибути именичке синтагме.<sup>1</sup>

У лингвистичкој литератури о српском језику изузетно се може наћи термин "рестрикција" у значењу у којем он има у француском језику, углавном код оних аутора који су романисти и баве се контрастирањем српског са неким романским језиком.<sup>2</sup> М. Стевановић и Љ. Поповић никде и не помињу појам рестрикције, већ само искључне напоредно-сложене реченице.<sup>3</sup> П. Пипер и други рестриктивност помињу у вези са релативним рестриктивним клаузама, али истичу и рестриктивне предлоге *осим* и *сем* и конструкције рестриктивног значења са прилошким изразом *са изузетком* и глаголским прилогом у функцији предлога *изузев*:

У космосу нема никог осим нас. (Пипер и др. 2005:709)

*Дошли су сви изузев / са изузетком Ивана.* (Пипер и др. 2005:979)

Постоје и глаголске групе са рестриктивним квантifikаторима (са имплицитном негацијом):

*Без њозива су улазили само хићни случајеви. = Без њозива није улазио нико*

- 1) Видети: З. Тополињска 1981:1-11 У сличном значењу термин "рестриктиван" користи и Д. Кристал 1985: 226.
- 2) Као П. Текавчић 1984: 4-20.
- 3) М. Стевановић 1979: 813; Ж. Станојчић, Љ. Поповић 2005: 356-357.

*осим хићних случајева.* (Пипер и др. 2005:823)<sup>4</sup>

У француском језику најчешћа средства за изражавање рестрикције су прилози *seulement* и *uniquement* којима одговарају *само* и *једино* у српском, као и синтаксички обрт *ne...que* који се такође преводи са *само*. Иако у српском постоје еквиваленти језичких средстава за изражавање рестрикције у француском, о њима се у граматикама и приручницима српског језика мало говори. Најчешће или једино помињу се она средства која уводе искључне реченице у систему координације. Искључни или ексцептивни однос јавља се у напоредној конструкцији у којој се садржај друге реченице искључује из онога што значи прва реченица. Као обележје искључног односа употребљавају се везници, односно везнички спојеви: *само* (*шито*), *једино* (*шито*), *так* (*шито*), *већ* (*шито*).<sup>5</sup>

*Ништа му не рече, само благим очима  
показа њуји врати.* (Стевановић, 1979:813)

*Трио сам свакојаке муке, тек шито ме  
млин није млио.* (Стевановић, 1979:813)

*Цело сам друштво забављао својим  
причама, једино њега ништа од тога није  
занимало.* (Стевановић, 1979:813)

*Никуда и не излази, већ шито мало  
прошећа по парку.* (Стевановић, 1979:813)

У првој од две напоредне реченице често се налази и нека реч општег или одричног значења (*сви, цео, њојшун, нико, ништа*) чиме се указује на целовитост значења те реченице да би се јасније указало на сужавање те целовитости које изражава друга, искључна реченица:

4) П. Пипер 2005: 136, 196, 211, 281, 709, 823 и 979.

5) Упоредити: М. Стевановић 1979: 813; М. Миновић, М. Ајановић 1986:237; Р. Катичић 1986:170; Ж. Станојчић, Љ. Поповић 2005:356-7.

*Сви су се вратили кући, само је Зоран настапио туђи. (Станојчић, Поповић, 2005: 356)*

*Цело леђо је било суво, само штито је йошком августа падала кина. (Станојчић, Поповић, 2005: 356)*

Поред овог чисто рестриктивног значења, прилог *само* може на почетку реченице да изражава и опозицију, као што то чини и његов еквивалент *seulement* у француском језику:

*Ја ти могу баш и продати, само бојим се да не буде за те скуђо. (Речник Матице српске и Матице хрватске, 1973. V: 621)*

*Није вредело ни љомињати, само од тога није више носио уз себе оружје. (Велмар-Јанковић, 1986: 103)*

Само може да има и афективна значења недоумице, размишљања или подстицања саговорника да нешто учини тиме што му се казује да се не обазира ни на шта друго. Сва ова значења развила су се ипак из основног значења рестрикције:

*Где је само пронасила каву, кад је ниједе нема. (Текавчић, 1984:8)*

*Изврсно, младићу, само настапиће тако... (Текавчић, 1984:8)*

Прилог *једино* комутабилан је са *само* у свим случајевима чисто рестриктивног значења, али не и у онима у којима *само* поред рестриктивног има и разна афективна значења (као што су последња два примера). Исто важи и за његов француски еквивалент *uniquement*.

Исто значење чисте рестрикције без афективних значења има и *штек* (*штито*), као и њему слично, али веома ретко *истотом*:

*Но Мужевићу се већ журило поради њосјета. Кад је истотом на то уха слушао. (Текавчић, 1984: 11)*

Обе ове речи могу имати и временско значење "раније/касније него што", али чак и онда изражавају рестрикцију, односно "нижи степен него што се очекивало".<sup>6</sup> У француском језику би еквиваленти израза *штек* (*штито*), *истотом*, *већ* (*штито*) могли бити *seulement* и *uniquement*.

Значење изузимања имају још и предлози *осим* и *сем* најчешће употребљени испред речи у генитиву, тако да изузимају све остало ван онога што значи појам у генитиву. Француски еквиваленти су *excepté* и *sauf*.

*Ја ништа друго не видим осим земље. (Стевановић, 1979:287)*

У значењу изузимања *осим* се може употребити и уз остале падежне облике у функцији ексцептивија:

*То не чини ни једна друга животиња осим човек. (Стевановић, 1979: 288)*

*Дружио се са свима осим/сем са тим човеком. (Пипер и др. 2005:173)*

*Али није приметио да се Кнегиња било са ким, осим са њим, сусреће. (Велмар-Јанковић, 1986: 147)*

Ова два предлога могу се употребити и у саставу израза *осим/сем штито* (у француском *excepté que, sauf que*) када уводе посебну врсту зависних реченица, ексцептивне реченице или зависне реченице за изузимање.<sup>7</sup>

*У соби је владала тишина, осим штито се чуло кување зидног саћа. (Поповић, 2005:356)*

*Осим штито је село довео у рег, уредио је и своју кућу. (Стевановић, 1979:288)*

6) Видети: П. Текавчић 1984: 11

7) Ову посебну врсту реченица (поред оних које изражавају место, начин, време, узрок и сл.) разликује Ј. Поповић. Упоредити: Ж. Станојчић, Ј. Поповић 2005:357.

Осим што су јој табани били изграбани оштром камењем преко која је бежала, све остало на њој је било чиставо. (Ненадич, 1987: 33)

Са истим значењем, али далеко ређи у употреби су и прилози *изузев* и *искључиво* од којих је овај други пре реч административног и научног језика која се ређе среће у говору.

*Мора да је бодљик јер туши искључиво стране шгаретне.* (Текавчић, 1984:13)

*Лица, изузев главну јунакињу, и данас још живе.* (Речник Матице српске и Матице хrvatske, 1967, II: 439)

Ипак је чешћа и уобичајенија употреба речи *изузев* као предлога испред генитива који има исто експективно значење као предлози *осим* и *сем*:

*Доношење одлуке о постављењу дневничара, изузев лекара, хемичара и аптекара... преносим на шефове установа.* (Речник САНУ, 1971, VII: 652)

*Састанку су присуствовали сви чланови секције изузев гостодина Јовановића.* (Пипер и др. 2005:173)

Уз генитив са значењем изузимања једне појаве (особе, предмета, апстрактног појма) из мноштва осталих присутних или одсутних истоврсних појава може се користити и предлошка инструментална конструкција *с изузетком*:

*Сви посланици су гласали за владин предлог с изузетком посланика Демократске странке.* (Пипер и др. 2005:173)

Рестриктивност може бити исказана и помоћу облика *изузимајући* или *изузевши*:

*Изузимајући Пејра, сви њени пријатељи дошли су на ту свечаност.* (Пипер и др. 2005:877)

Француски еквиваленти ових прилога, предлога и предлошке конструкције су: *ex-*

*cepté, sauf, à l'exception de, à l'exclusion de, à la réserve de, excepté/hors le cas où.*

Употреба прилога *бар* и *барем* у рестриктивном значењу (француски еквиваленти су *au/du moins, tout au moins/plus, pour le moins, à tout le moins*) не помиње се у граматикама и приручницима српског језика које смо ми користили, док се у речницима каже да они изражавају извесно ограничење у реченици:

*Не прође ни један дан, а да се не деси бар неколико убисава.* (Речник САНУ, 1959, И: 297)

*Нагала се да искушења, бар оних најтежих, више неће бити.* (Велмар-Јанковић, 1986: 161)

*Ама, тусти ме, да се барем разговарамо.* (Речник Матице српске и Матице хrvatske, 1967, И: 140)

Приметили смо да се у оба језика рестрикција у ширем смислу најчешће изражава заједно са хипотетичким, компаративним, условним и оптативним значењем.

Када се рестриктивно значење изражава заједно са хипотетичким, користе се средства за изражавање рестрикције (овде схваћена у ужем смислу) заједно са хипотетичким везником *ако* (у француском *si*): *само ако, једино ако, само/једино у случају да, само/једино по условом да...* (*seulement si, uniquement si, ne...que si, seulement / uniquement dans le cas où, seulement / uniquement à condition que...*). Овде бисмо могли навести и изразе и реченице са усташтвим обликом које изражавају рестрикцију и хипотезу, а имају облик зависних хипотетичких реченица. Оне хипотезу изражавају као услов, претпостављање, оклевавање, несигурност говорног лица у односу на оно што је изречено у реченици (*ако се изузме, ако се не варам, ако је истина.. - si l'on excepte, si l'on ne tient pas*

*compte de ce que, si je ne me trompe, si je ne m'abuse, si je ne fais erreur, s'il est vrai que, si tant est que).*

Могуће је и заједничко изражавање изузимања и хипотезе које казује да се оно што је изречено у главној реченици остварује (или, пак, не остварује, зависно од тога да ли је глагол у потврдном или одричном облику) у свим случајевима сем у оном који је изречен у зависној реченици. Као и у малопре помињаном изражавању рестрикције и хипотезе, и овде се то чини у сложеној кондиционалној реченици и користе се нека од средстава која су служила за изражавање самог изузимања (*осим, сем*), али обавезно са везником *ако* (у француском *excepté* и *sauf* са везником *si*, као и везнички израз *à moins que* кога испред инфинитивне реченице или именичке групе замењује предлошки израз *à moins de*, а у негованом књижевном језику понекад и обрт *que...ne*). Близко је и значење израза *осим ако не, ништа (груго)... осим да, у супротном* (у француском: *si ce n'est (que) i sinon (que), rien d'autre... sinon que*) који, за разлику од претходних, имају у свом саставу и негацију, па уводе негативан услов. Близко и сродно овом значењу је и оно које имају изрази *да није, да не беше, кад не би било* (на француском *n'était que, n'eût été que*, за које неки аутори мисле да су скраћени облици израза *si ce n' était pas i si ce n'eût pas*).<sup>8)</sup> У сложеним хипотетичким реченицама у француском језику може се са рестриктивним значењем употребљавати и везнички израз *pourvu que* чији су еквиваленти у српском *само ако* и *само да*. *Pourvu que* не мора увек да изражава жељу говорног лица, иако је то често случај како у реченицама које су по својој форми сложене кондиционалне реченице, тако и у ексклативним речени-

цама (које су по својој форми заправо зависне кондиционалне реченице). У оваквој употреби еквиваленти у српском су *само да* и *само кад би*.

Постоје у француском језику и неке речи и изрази који су по својој форми компаративни или релативни елементи и чије је основно или раније значење компаративно или релативно, а који могу да служе и за изражавање рестрикције. Они уједно изражавају претпостављање и несигурност, резерву коју говорно лице испољава у односу на оно што је изречено у главној реченици. Таква језичка средства су пре свих *autant que* и *pour autant que*, затим ређи, али њима сличан *pour reu que*, израз *que je sache* који се увек употребљава као уметнута реченица и релативни обрт *à ce que (je sais и сл.)* са истим значењем. Ту можемо убројати још и разне изразе са речју *mesure* од којих је најчешћи *dans la mesure où* и који изражавају и идеју пропорционалности, рестрикције у одређеној мери. Овим изразима у српском одговарају: (*онолико*) *колико*, у *мери у којој, колико је (мени) познато, колико ја знам*.

*Добрача је йокушао да њосићане и нечујан и невидљив, колико се то могло.* (Велмар-Јанковић, 1986: 108)

Израз *pour reu que* се на неки начин одваја од осталих у овој групи јер има и хипотетичко значење слично оном које има *pourvu que*, али не може као оно да изражава жељу говорног лица. У српском језику би му одговарало *само ако мало*.

Иако основно средство за увођење компарације у српском језику, *као* не мора увек да има поредбено значење: тако и француски *comme* и *en tant que*, који су по својој форми компаративни предлог и предлошки израз, могу имати чисто рестриктивно значење.

8) Уп. Г. Керу и др. (G. Cayrou et al. 1949:247).

У изражавању рестрикције у француском и српском језику постоји и једна значајна разлика. Док у француском оба придева *seul* и *unique* имају рестриктивно значење, с тим што *seul* има два значења ("једини" и "сам"), у српском придев *сам*, који одговара француском *seul*, има само значење "сам" па нема никакво рестриктивно значење. Значење рестрикције има само придев *једини* који одговара француском *unique*.

*Једини који је с њим говорио на равној нози био је Пахомије.* (Ненадич, 1987:10)

*...и ово је била једина прилика да се сећарски свећи разгали.* (Ненадич, 1987:12)

*...нейрекидно трећере слојеви свећлосне прашине која једини јамти све штито се збивало и штито се збива.* (Велмар-Јанковић, 1986: 13)

Овакав преглед лексичких средстава за изражавање рестрикције у српском језику показује нам да она могу служити за ограничавање значења поједињих реченичних конституената:

*Сем чудом,ничим се другим тио није дало објаснити.* (Ненадич, 1987:12)

*Ко отијусти своју жену, осим због блудништва, тије се ожени другом, чини прелјубу.* (Ненадич, 1987:35)

*Она се више ни са чим не може сјојити сем са самом собом.* (Ненадич, 1987:37)

Комбиновање језичких средстава за изражавање рестрикције са везницима (*шити, ако, да*) омогућава стварање израза са рестриктивним значењем који служе за увођење рестриктивних реченица:

*...ти нови стихови нису били ништа бољи него стари, само штито тио сада није имало значаја...* (Велмар-Јанковић, 1986:140)

*Осим штито је врло сттара, ова је друга кућа и врло уска и врло избледела.* (Велмар-Јанковић, 1986: 77)

*У таковом конаку може човјек бити, ако хоће мјесец дана... без динара, осим ако штито ђоклони слугама, као иоће.* (Рјечник ЈАЗУ, 1924-27, IX: 196)

*Обећа јој да ће је вјенчати, само ако се то закону Христову вјенча.* (Рјечник ЈАЗУ, 1955, XIV: 565)

*Шта да учини само да се то не догоди?* (Велмар-Јанковић, 1986: 158)

Синтаксички обрт који изражава негацију рестрикције у француском језику, а нема свој еквивалент у српском и стога веома често представља посебну тешкоћу при учењу француског језика или превођењу, јесте обрт *ne ... pas que* који је најчешће средство за негирање рестрикције у модерном француском језику и питање из области проучавања рестрикције у језику које је иза-звало највише полемика, неслагања и чак дијаметрално супротних ставова. Иако га известан број граматичара и писаца одбацује и сматра погрешним или одликом говора простог народа,<sup>9</sup> а известан број га стидљиво ко-ристи само испред придева или партиципа у функцији атрибута,<sup>10</sup> овај обрт је нашао своје место у употреби велике већине аутора. Његово постојање и честа употреба оправдани су потребом за једним јасним средством за негирање рестрикције, па га тако многи граматичари сматрају исправним.<sup>11</sup> Пошто обрт *ne...que* има исто значење као прилог *seulement*, убацивањем једног *pas* између *ne* и *que* даје се одричан смисао целом обрту који се онда на српски преводи као *не само*. Обе клаузе уведене са *не само...нећо...* су негативне, а вез-

9) Такво становиште заступају: Е. Дешанел, Е. Литре, А. Ерман и Француска академија, о чему сведочи Ж. Муање (Г. Моигнет 1959: 200).

10) Као Ж. Аис (J. Хансе 1949:463)

ничко-негацијска спрега допуњена је речом *само*.<sup>12</sup>

*Његова је игра била не само смела него и смело одиграна.* (Велмар-Јанковић, 1986: 22)

*На Кнеза су сада морили не само српски жандарми и руски штитјуни него и његов браћа Јеврем и његова жена Љубица.* (Велмар-Јанковић, 1986: 22)

*То не само што му је био први пораз него и пораз што ономиње а мора се оглашати.* (Велмар-Јанковић, 1986: 89)

Најчешће средство за изражавање рестрикције у српском језику је реч *само*, слично као и њен француски еквивалент *seulement*. За разлику од француског у којем је најчешће коришћен синтаксички обрт *ne...que*, у српском је број синтаксичких средстава за изражавање рестрикције веома мали и она су знатно ређе у употреби од лексичких. Практично једини обрт који се користи у српском је *не...него*, а сви други су само његове варијанте: *ништа (друго) до/него, немати...до/него, не бити...до/него, ништа (друго) осим да*.

*...жбице које исијавају са оштирих бригова нису ништа друго него окамењене сузе невиних девица...* (Ненадич, 1987:6)

*Фра Јозу није преостајало ништа друго него да се окрене и да оге.* (Ненадич, 1987:19)

Поделе језичких средстава за изражавање рестрикције које смо сачинили у француском језику покушали смо да применимо и на српски језик. По нашем мишљењу, ова средства у француском језику могу се класификовати на три начина:

11) Кao Ж. и Р. Ле Бидуа (G. i R. Le Bidois 1968, I:330 , М. Коен (M. Cohen 1963:82-82), А. Доза (A. Dauzat 1958:330).

12) Видети: Р. Симић, Ј. Јовановић 2002:1232.

- према језичком нивоу коме припадају (лексичка и синтаксичка);
- према врсти језичких јединица којима припадају (предлози, предлошки изрази, везници, везнички изрази, прилози, предлошке групе у прилошкој функцији, придеви, изрази и реченице са устаљеним обликом, синтаксички обрти)
- према томе на коју врсту језичких јединица се односе и ограничавају им значење (језичка средства која ограничавају значење реченице и она која ограничавају значење само неких реченичних конституената).

У српском језику, подела ових средстава према томе ком језичком нивоу припадају показује да су готово сва ова средства лексичка, па нам се може чинити да су таква чак и она као што су разни синтаксички обрти, варијанте обрта *не...него*, јер би се и за њих могло рећи да јасно, самим својим значењем, изражавају рестрикцију као и сва остала језичка средства за изражавање рестрикције. Остале две поделе језичких средстава за изражавање рестрикције у српском не разликују се знатно од истих таквих подела у француском језику.

На основу овог прегледа језичких средстава за изражавање рестрикције у српском језику и поређења са онима која постоје у француском, дошли смо до закључка да су ова средства у српском мање бројна него у француском језику. Тако би се, на пример, као српски еквиваленти више француских израза (*sauf / excepté si, à moins que, que...ne, pourvu que*) могла навести само два израза: *осим ако и сем ако*. Међутим, иако мање бројна, језичка средства за изражавање рестрикције у српском језику могу да изразе сва бројна и разна значења као и она у француском језику.

### Корпус

- Велмар-Јанковић, Светлана (1986): *Дорђол*, Београд, БИГЗ.
- Ненадич, Данило (1987): *Дивље звезде*, Београд, Народна књига.

### Литература

- Cayrou G., Laurent P., Lods J. (1949): *Le français d'aujourd'hui*. Paris, Librairie A. Colin.
- Cohen M. (1963): *Nouveaux regards sur la langue française*, Paris, Editions sociales.
- Dauzat A. (1958): *Grammaire raisonnée de la langue française*, Lyon, IAC.
- Hanse J. (1949): *Dictionnaire des difficultés grammaticales et lexicologiques*, Amiens, Bruxelles, Les Editions scientifiques et littéraires.
- Катичић Р. (1986): *Синтакса хрватскога књижевног језика: Нацрт за граматику*, Загреб, ЈАЗУ и Глобус.
- Кристал Д. (1985): *Енциклопедијски речник модерне лингвистике*, Београд, Нолит.
- Le Bidois G. et R. (1968): *Syntaxe du français moderne*, Paris, Editions A. Picard.
- Миновић М., Ајановић М. (1986): *Српскохрватски хрватско-српски језик*, Сарајево, Свјетлост, ООУР Завод за уџбенике и наставна средства.
- Moignet G. (1959): *Les Signes de l'exception dans l'histoire du français*, Alger, Imprimerie Imbert.
- Пипер П. и др. (2005): *Синтакса савременоћа српског језика. Просима реченица*, Београд, Институт за српски језик САНУ, Београдска књига, Матица српска.
- Речник српскохрватскога књижевног језика (1967-76), Нови Сад, Загреб, Матица српска, Матица хрватска.
- Рјечник хрватскога или српскога језика (1880-1975), Загреб, ЈАЗУ.
- Симић Р., Јовановић Ј. (2002): *Српска синтакса III-IV*, Београд, Никшић, Подгорица, Филолошки факултет, Научно друштво за неговање и проучавање српског језика, Филозофски факултет, Црногорски универзитет.
- Станојчић Ж., Поповић Љ. (2005): *Граматика српскога језика*, Х издање, Београд, Завод за уџбенике и наставна средства.
- Стевановић М. (1979): *Савремени српскохрватски језик: граматички системи и књижевнојезичка норма: Синтакса*, Београд, Научна књига.
- Текавчић П. (1984): Контрастиривне биљешке о семантичким, прагматичким и синтаксичким аспектима израза за рестрикцију у хрватском или српском и талијанском, *Странни језици*, XIII, 1-2, 4-20.
- Тополињска З. (1981): Рестрикција наспрот апозиције: две врсте атрибуута именичке синтагме, *Јужнословенски филолог*, XXXVII, 1-11.

### Summary

The issue of restriction is a bit neglected in references on Serbian and French language. This is why we have tried in this paper to determine the meaning of it (taking into account terminology differences in grammar of the two languages) and to point at language means for expressing restriction and use them in both languages. We also tried to explain the use of these language means, and our aim was to make these expressions simpler and translating from and to either of the languages. We came to conclusion that these means in Serbian are less in number than in French but that they can express many and various meanings as those in French. In both languages we can have almost identical classification of these means.

**Key words:** restriction expressing, Serbian language, French language, translation



## *Рано учење српских језика у Србији: од шилош модела до наставе српских језика за све*

**Резиме:** У раду је представљен пређлог развоја учења српских језика на раном узрасту у оквиру формалног система образовања Србије у другој половини XX и почетком XXI века, са циљем да се укаже на мање или више директну везу између друштвено-политичког концепција и ставова државе према настави српских језика. Ученике из Србије су током седамдесетих и осамдесетих година XX века многи сматрали авангардом Европе када је реч о раном учењу српских језика (в. нпр. документа Одељења за језичку политику Савета Европе), а чак ни политичка изолација током деведесетих година прошлог века није озбиљно нарушила оштину концепцију наставе и учења српских језика у формалном основном и средњошколском образовању. Куриуларна реформа, започета јасно послије политичких промена 2000. године, у великој мери требало је да дотрингесе даљем побољшању и модернизацији наставе у овој области, па што и наставе српских језика, али је њен прекид, условљен променом политичких околности крајем 2003. и током 2004. године, прво довео до назадовања у овој области, а потом до поновног враћања теме раног учења српских језика у жижу професионалне и шире јавности. Резултат професионалних и јавних дебата и утицаја стручних удружења условио је побољшање стања у учењу и настави српских језика у низим разредима основне школе, што нам даје наду да ће се овај позитиван тренд настави. Ученицима из Србије у наредним деценијама би то омогућило да се са лакоћом интегришу у европски образовни и професионални концепцији.

**Кључне речи:** политика и политика наставе и учења српских језика, рано учење српских језика, обавезно образовање, израда наставних програма и планова.

### Увод

Теоријска истраживања и емпиријска искуства великог броја образовних институција широм света јасно указују да је учење страних језика у раном узрасту вишеструко корисно. Оно унапређује опште когнитивне

способности ученика, као и њихова академска постигнућа, те ствара појединце који су отворени и толерантни према новим и другачијим културама и традицијама и који су касније, током читавог живота, спремни и ради да отворено и слободно ступају у контакт са говорницима других језика.

У наставку овог рада представљен је преглед развоја учења страних језика на раном узрасту у оквиру формалног система образовања Србије у другој половини XX и почетком XXI века. Основни циљ овог прегледа је указивање на чинјеницу да је настава језика увек саставни део језичке политике једне државе, те да у сваком тренутку постоји јасна веза између социо-политичког контекста и става одређене државе према настави страних језика. Другим речима, последице одређених политичких одлука, ма како ирелевантне изгледале на први поглед, у историји модерног формалног система образовања у Србији јасно су се огледале у стварању генерација ученика са развијеном значајном способношћу за непрекидно усавршавање и учење током читавог живота, али и генерација ученика чији ће се недостаци у познавању страних језика и култура осећати у годинама пред нама.

### **Пилот модели раног учења страних језика у Србији: на путу ка плурилингвалној Европи<sup>1</sup>**

Институционализована настава страних језика у Србији почиње током четврте декаде XIX века (када се оснивају и прве јавне школе у нашој земљи). Током деценија које су уследиле избор језика зависио је од много фактора, од којих су најутицајнији били у вези са политичким и културним утицајем земље чији језик би био изабран и понуђен у настави. Као резултат тог стања, у различитим областима Србије различити језици били су мање или више популарни, у складу са одређеним историјским контекстом. Ипак, могуће је идентификовати

опште трендове: почетком XX века, француски је био обавезан у већини школа на узрасту од 11-12 година; између два светска рата, француски је такође најприсутнији у српским школама, на узрасту од 10 до 18 година, док је немачки био други по заступљености, и предавао се као други страни језик на узрасту од 14 до 18 година (Половина, 1994). Крајем 50-их година XX века, социо-политички контекст у којем се нашла тадашња СФРЈ диктирао је промену смера у одабиру страних језика у настави у основним и средњим школама у Републици Србији: у том тренутку енглески и руски су најзаступљенији језици, док француски и немачки (упркос дугој традицији учења и наставе у српским школама) значајно губе на популарности.

Почетком 60-их година, реагујући на овакво стање ствари, Друштво за културну сарадњу Југославија-Француска (*l'Association de coopération culturelle Yougoslavie-France*), на предлог књижевнице Мире Алечковић, оснива комисију за увођење интензивне наставе француског језика у ОШ "Слободан Принцип Сељо" (касније ООШ "Владислав Рибникар") и у ОШ "Исидора Секулић", обе у центру Београда. Комисија је предложила наставу француског језика од првог разреда основне школе и десет школских часова наставе недељно. Француска влада је одмах позитивно реаговала и послала професора француског, извornог говорника, да преузме спровођење наставе у обе школе. Овај оглед имао је већу подршку у ОШ "Слободан Принцип Сељо", док у ОШ "Исидора Секулић" француски веома брзо прелази у статус изборног наставног предмета од трећег разреда. ОШ "Слободан Принцип Сељо" трпи критике да постаје елитистичка школа, што је у то време сматрано веома негативним. Због наводног елитизма обус-

---

1) Аутори се захваљују проф. др Душанки Точанац на помоћи коју им је пружила при прикупљању података за овај део рада.

тавља се и рад на оснивању Филолошке гимназије у којој би се учио француски језик, иако су разговори већ били увеко почели и наставни планови већ били урађени.

Крајем 60-их година, саветник у Просветно-педагошком заводу града Београда, Радмила Чулајевић, предложила је проширење огледа на друге језике и на већи број београдских основних школа, међу којима и неке приградске (а касније је предложено да се оглед прошири и на друга места у Србији). Директор Завода, Раде Радовановић, прихватио је предлог тако да је 10. фебруара 1968. године настава сва четири страна језика која су се учила у нашем систему образовања: енглеског, немачког, руског и француског, почела са ученицима првог разреда (који су се током првог полугођа већ привикли на школу). Настава француског језика, на пример, уведена је у једну основну школу у Сурчину, у ОШ "Јован Цвијић" на Карабурми и у ОШ "Прва пролетерска бригада" на Дорђолу. Недељни фонд био је шест часова, по један час сваког дана. Часови страног језика држали су се као први или други час у дневном распореду.

Наставници, који су држали наставу по директној методи (ученици нису знали да они знају српски језик), а чија је норма била 12 часова недељно, водили су дневнике рада и имали су редовне недељне састанке на којима су израђивани наставни материјали и на којима се разговарало о резултатима рада у протеклој седмици. Француски стручњаци су почетком 70-их веома позитивно оценили садржај програма, наставне планове и квалитет наставе, која је представљала потпуно оригиналну идеју, и аутентично дело београдских саветника и наставника, назвали су *méthode d'imprégnation*.

Временом је било све више школа које су уводиле оглед; почетком 80-их година,

свим основним школама дата је могућност да уведу страни језик од првог разреда, под условом да то буде на терет локалне заједнице. Водило се рачуна да ангажовани кадар буде веома квалитетан, тако да су сви наставници укључени у оглед морали уписати постдипломске студије. Управо због тога је на последипломским студијама на Филолошком факултету Универзитета у Београду и основан смер Методика наставе, а професори француског из овог програма били су и први постдипломци. Градски завод за унапређење васпитања и образовања финансирао је боравак наставника у иностранству ради усавршавања.

Због недостатка кадра и финансијских неприлика, 1982. године оглед прераста у наставу страног језика од трећег разреда основне школе, са по два часа недељно; у почетку се то односило само на београдске школе, а касније је проширено на неке школе у Србији.

Међутим, специфичан облик раног учења страних језика настављен је у изменјеном облику у ООШ Владислав Рибникар где се и данас настава француског језика спроводи од првог разреда основне школе са 6 часова недељно.

По узору на интензивну наставу француског језика у Огледној основној школи "Владислав Рибникар" (од школске 2005/2006. године само ОШ "Владислав Рибникар") у Београду, у којој се француски језик учи од првог разреда са по шест школских часова недељно, школске 1997/8. године уведена је у сва одељења првог разреда настава немачког језика у ОШ "Дринка Павловић" у Београду и у ОШ "Петефи Шандор" (по једно српско и мађарско одељење првог разреда) у Новом Саду. Од тада, у овим школама немачки језик учи се од првог разреда са по четири школска часа недељно

у млађим разредима (од првог до четвртог) и са по три школска часа недељно у старијим разредима (од петог до осмог). Овај вид наставе помогле су амбасаде Немачке, Аустрије и Швајцарске (донација уџбеника, стручно усавршавање наставника, опремање простора и сл.). Користе се адаптирани бугарски уџбеници за орални период (први разред и прво полугође другог разреда), затим се пре лази на немачке уџбенике. Настава енглеског изводила се од првог разреда основне школе током деведесетих година у неким основним школама Србије у виду слободних активности, али без посебно израђених програма.

Поменути огледи и иновације у настави страних језика нису, на жалост, у довољној мери праћени. Иако су саме школе то, донекле, чиниле, до данас није рађена свеобухватна екстерна евалуација тих пројеката. Закон о основама система образовања и васпитања покушао је да реши питање провере ваљаности огледа уопште, али је успео само, чини се, да процедуру увођења огледа учини толико сложеном да обесхрабри иноваторе ентузијасте.

Треба напоменути да огледи оваквог типа нису имали подршку ни у академској средини. За реализацију овако захтевних наставних подухвата потребно је и адекватно образовање наставника. Међутим, ни тада, а ни сада не можемо бити задовољни образовањем наставника страних језика у нашој земљи, будући да је у њиховим студијским програмима настава педагошких, психолошких и методичких предмета недовољно заступљена.

Веома жива сарадња са Саветом Европе настављена је све до 1992. године када сустале све активности<sup>2</sup>. Политичке околности које су условиле изолацију Србије током деведесетих, нису у значајнијем смислу утицале

на промену званичног става према настави страних језика на раном узрасту. Током тог периода, преко 50% српских школа нуди два страна језика својим ученицима. Енглески је најзаступљенији, потом руски, француски и немачки. У исто време, два страна језика су обавезна у свим гимназијама (као и у неким средњим стручним школама). Италијански и шпански уче се само у Филолошкој гимназији у Београду, али се предузимају иницијативе да се ова два језика уведу у општи образовни систем. Ипак, залагањем стручњака Министарства просвете и Филолошког факултета Универзитета у Београду, од 2001/02. ученици у Србији могу да уче и италијански и шпански језик.

Када је реч о језицима припадника националних мањина, њиховим наставним плановима и програмима, као и облицима наставе, може се закључити да су у пот-

- 2) Године 1988. Секретаријат за образовање АП Војводине упутио је Филозофском факултету у Новом Саду позив да пошаље свог представника који би саопштио резултате пројекта Савета Европе *Живи језици* у Стразбуру. У раду скупа, као директор Института за стране језике и књижевности, тада у оквиру Филозофског факултета у Новом Саду, учествовала је проф. др Душанка Точанац и постала представник СФРЈ у Дирекцији за језике Савета Европе. Оглед који се спроводио у нашој земљи оставио је јак утисак, те је Нови Сад је предложен да 1989. године буде домаћин велике конференције. Конференција је одржана и објављен је Зборник радова. У следећем новом пројекту Савета Европе *Citoyenneté européenne* наша земља добила је, заједно са Велсом, подпројекат о раном учењу језика у школама. Била су планирана два састанка, од којих је први одржан у Кармартену у Велсу, где су постављене теме подпројекта. Други састанак, на којем је требало да се анализирају резултати подпројекта, требало је да се одржи у Новом Саду. Међутим, због политичке ситуације, подпројекат је пренет на Словенију и састанак је одржан у Љубљани. Контакти су обновљени тек после политичких промена крајем 2000. године.

пуности били одвојени од осталих страних језика. Потребно је нагласити да закони који регулишу основно и средње образовање од краја Другог светског рата наовамо предвиђају могућност наставе на мањинском језику (као и билингвалну наставу). Међутим, према нашим сазнањима, ова настава се реализује само када је бугарска мањинска заједница у питању, у случајевима када има више од 15 заинтересованих ученика. Уз одобрење министра просвете Републике Србије било је могуће формирати и одељења на мањинским језицима и за мање од 15 ученика.

Поредећи ову проблематику с искуствима других земаља, може се рећи да је у Србији увек поклоњана велика пажња учењу језика, како оних који су названи *сијрани*, тако и језика мањинских заједница, то јест регионалних језика. Концепцију наставе језика, међутим, треба посматрати у оквиру концепције целог система образовања. Недостаци система, као што је, на пример, нефлексибилан наставни план и програм (исти за све ученике у Србији), или непостојање екстерне евалуације (због чега не постоје подаци о стварним постигнућима ученика у било којој области, па тако ни у познавању језика), довели су до тога да релативно добар положај језика у наставном плану и програму није давао очекиване резултате.

### **Курикулум<sup>3</sup> за стране језике за XXI век: следећи препоруке Савета Европе**

Године 2000. започет је велики пројекат курикуларне реформе Министарства просвете и спорта Републике Србије, који су подржале и велике међународне институције

3) Термини *курикулум* и *наставни програм* се овде користе као синоними.

(Светска банка, Савет Европе и друге). Циљ пројекта била је модернизација целокупног система образовања Србије. Наставни програми за стране језике, били су, наравно, саставни део ове реформе.

Нови курикулум за стране језике као референтну тачку преuzeо је *Заједнички европски оквир за учење, наставу и евалуацију језика* (у даљем тексту *Заједнички европски оквир*), последњи у низу приручника које од 1971. године објављује Савет Европе, уз активно учешће великог броја представника професија у вези са наставом језика у Европи и изван ње. Овај документ намењен је професионалцима у области евалуације и наставе језика и онима који уче језике.

Са становишта оних који уче језике, Савет Европе охрабрује све који се баве наставом језика да узму у обзир и факторе који се односе на потребе, мотивацију, личне карактеристике и ресурсе својих ученика: са којим потребама уче језик, шта треба да науче да би били у стању да језик користе за задовољење сопствених потреба, како уче, који су њихови социо-психолошки профили, да ли имају приступа различитим врстама језичких материјала у процесу учења, колико могу новца да потроше на процес учења језика итд.

*Заједнички европски оквир* тежи да задовољи и одређене организационе критеријуме, тј. да буде *свеобухватан, трансјарен и кохерентан*. Под појмом *свеобухватан* подразумева се да овај документ нуди низ информација о одређивању циљева наставе, одабиру метода, и језичких материјала у настави језика. Уз то, *Заједнички европски оквир* нуди шему параметара, категорија и примера на основу којих се дефинишу компетенције (знања, вештине и ставови) које корисници језика морају да усвоје, развију,

унапређују, током процеса учења и употребе језика и које им помажу да језик успешно користе у културним контекстима који се разликују од оног/оних у којима су одрасли. Такође нуди дефиницију и опис *шест нивоа компетенције*<sup>4</sup> који се могу користити као маркери прогреса у процесу учења језика; нивои су представљени кроз шему која нуди низ параметара (дескриптора) на основу којих се одређују компетенције које треба да представљају циљеве учења и наставе у оквиру одређеног нивоа. Овај документ је *транспарентан* јер садржи информације које су јасно формулисане, доступне и разумљиве свим заинтересованим странама. И коначно, под појмом *кохерентан*, подразумева се да су подаци садржани у *Заједничком европском оквиру међусобно усаглашени*, односно да су различити аспекти образовних система који се односе на област наставе и учења језика (идентификација потреба, одређивање циљева, одређивање садржаја, избор и припрема материјала, утврђивање наставних програма, одабир и примена приступа, метода и техника у настави, као и процес провере знања) у хармоничној вези. Другим речима, намера *Заједничког европског оквира* јесте да буде применљив у различитим контекстима учења и наставе језика, што значи да је такође флексибилан (отворен за допуне и дораде), динамичан (у сталном процесу еволуције која обезбеђује неопходна унапређења садржаја и критеријума), прегледан и лак за коришћење и недогматичан (јер не заступа искључиво ниједну лингвистичку нити психо-педагошку теорију или наставну праксу).

Шест нивоа компетенције дефинисани су на основу практичног искуства у настави великог броја организација које се баве

4) За опис нивоа, види *Додатак бр. 1* на kraju рада

евалуацијом језичких компетенција, а дескриптори су представљени формулацијама које је већина укључених професионалаца препознала као "транспарентне, корисне и релевантне свим професорима језика (како онима који су изворни говорници језика који предају, тако и онима који то нису) из различитих образовних сектора и различитих профила са становишта знања из области теорије и праксе у настави језика, и искуства у настави" (*Заједнички европски оквир*, стр. XIII<sup>5</sup>).

Имајући све то у виду, аутори су курикулуме за стране језике у основном и општеобразовном средњем образовању у најширим цртама директно корелирали са нивоима *Заједничког европског оквира*. Тако, на пример, од ученика који учи један страни језик од 1. разреда основне школе све до 3. разреда средње школе<sup>6</sup> очекује се да достигне ниво компетенције у језику одговарајући европском нивоу B1.

Нови курикулум за стране језике предвиђао је постављање ученика у средиште наставног процеса, интердисциплинарност и модуларност у настави. Такође, нудио је низ различитих могућности за наставу и учење језика: најмање два страна језика током 12 година основног и средњошколског образовања, три или више језика као изборне предмете, могућност да ученици започну и заврше учење одређеног језика на одређеном нивоу компетенције (у складу са шест нивоа које предвиђа *Заједнички европски оквир* Савета Европе), двојезичну наставу у основном и средњошколском образовању, као и простор за развијање *Језичког*

5) Сви цитати преузети су из енглеске верзије документа.

6) Предлог новог курикулума предвиђао је деветогодишњу основну школу и трогодишњу средњу школу.

јордфолија, који би ученицима омогућио да евидентира сва своја знања и искуства у свим језицима које су учили, у формалном, у неформалном образовању или на други начин, без обзира на ниво савладаности језика.

*Српски језички портфолио* требало би да следи принципе Европског језичког портфолија (ЕЛП). ЕЛП нуди рангирање општих компетенција на већем броју језика и класификацију језичких функција која нуди верну слику циљева и исхода који су у складу са различитим потребама, карактеристикама и могућностима ученика. ЕЛП се израђује на националном нивоу (постоје швајцарски, француски, британски, руски, словеначки, чешки, немачки, итд. портфолио), и то најчешће за различите узрасте (за најмлађе, за млађе адолосценте и за старије адолосценте и одрасле). Портфолио има две основне функције: информативну и педагошку, а може им се додати и васпитна функција. Информативна функција евидентира знања стечена у оквиру школског система, неформалног образовања и личног искуства; Педагошка јер испуњавање портфолија омогућује ученику да активно и свесно учествује у процесу наставе, прати своје напредовање, чиме се осамостаљује; васпитна, јер валоризује вишејезичност и заинтересованост за друге културе (регионалне језике, и језик својих предака).

У сваком тренутку израде програма аутори курикулума имали су у виду постојање различитих потреба учесника у образовном процесу и настојали су да на најбољи начин искористе све ресурсе који су им на располагању. Циљ настојања аутора био је да ученицима олакшају процес учења и унапреде њихову мотивацију за даље учење страних језика, пратећи основну идеју о образовању нових генерација ученика које се могу лако интегрисати у шире, европске за-

једнице ученика, студената, професионалаца итд. У том смислу, настава страних језика према новом курикулуму требало је да сваком појединцу у највећој могућој мери олакша приступ информацијама и интеркултуралне контакте са говорницима других језика.

Са дидактичког становишта, важно је истаћи да је једна од основних одлика нових наставних програма, нарочито у настави страних језика на раном узрасту, била усаглашеност наставних садржаја и метода са најновијим сазнањима и препорукама развојне психологије, теорије усвајања Л2, наставне праксе и опште педагогије. При њиховој изради, пошло се од претпоставке да наставу страних језика треба усмеравати ка унапређењу и развоју језичких и општих когнитивних способности ученика. Такође, концепти и принципи комуникативне наставе страних језика (која ставља акценат на усмену презентацију језичког садржаја, употребу циљног језика у контекстуализованој и смисленој интеракцији у ученици и изван ње, кроз креативне, привлачне и стимулативне активности и игре усаглашене са општим нивоима дечијих знања, компетенција и интересовања) нашли су кључно место у организацији наставних програма за стране језике на свим нивоима у оквиру основношколског и средњошколског образовања. Поред тога, програми су обезбеђивали простор за додатне активности и језичке и културне садржаје који би задовољавали потребе и интересовања сваког ученика понаособ.

Прва фаза примене новог курикулума предвиђала је понуду само "светских" језика ученицима основних и средњих школа у Србији: енглеског, француског, немачког, руског, италијанског и шпанског, уз препоруку образовним властима да у законо-

давна акта укључе могућност укључења других језика у општеобразовни систем (нпр. регионалних језика, некада познатих као језика националних мањина, као што су мађарски, румунски, бугарски, грчки, албански, македонски, као и других језика за које би постојало интересовање на нивоу одређене локалне или регионалне заједнице).

Током пролећа и лета 2003. године завршена је фаза израде нацрта курикулума за основно и средњошколско образовање у Србији и објављен је први пакет законодавних докумената. Примена новог курикулума започета је у јесен 2003. По први пут у српској образовној историји било је предвиђено учење страних језика од првог дана образовног процеса, учење најмање два страна језика у различитим фазама обавезног дванаестогодишњег школовања, као и могућност увођења трећег, четвртог, петог итд. страног језика, у складу са потребама ученика и интересима и могућностима локалних заједница.

Међутим, резултати превремених избора у децембру 2003. године и наименовање нове владе почетком 2004. године, узроковали су значајну промену у политичкој сфери и резултирали прекидом примене новог курикулума. Настава страних језика од првог разреда основне школе је заустављена, страни језици су добили статус изборног предмета у другом и трећем разреду, и било је нејасно шта ће се десити са наставом страних језика од трећег разреда основне школе до четвртог разреда средње школе. Ново Министарство просвете и спорта Републике Србије није објавило ниједан документ којим би у професионалном или законодавном смислу подржало овакву одлуку или представило било какву стратегију или концепцију учења страних језика у

Србији у важном тренутку европских интеграција земље.

Промена министра и његових најближих сарадника свакако је најважнији узрок одустајања од целовите и темељне реформе основног и средњег образовања. Када су језици у питању, треба међутим, напоменути да су важну улогу у враћању на стара решења одиграле и професионалне несугласице, као и разне предрасуде у вези са учењем језика. Навешћемо само неке примере на основу увида у реакције стручне и лаичке јавности које су преносили медији, на пример: страни језици уче се на штету српског (матерњег) језика; енглески језик је сасвим довољан; регионални језици нису вредни учења; страни језици се и онако не могу научити у школи; учењем језика потискујемо наставу математике и физике и тако ризикујемо да постанемо економска колонија и слично.

#### **4. (Још један) нови почетак**

Са новом сменом министра просвете и спорта Републике Србије средином 2004. године, ситуација у вези са наставом страних језика се побољшава, мада и даље немамо јасну образовну стратегију и модеран национални систем образовања који би обезбедили озбиљну и успешну корелацију наставе страних језика са наставом осталих образовних области у обавезному образовању.

Настава страних језика још једном постала је обавезна од првог разреда основне школе (за генерацију ученика који су у првом разред кренули у школској 2005/06 години), а планира се увођење другог обавезног страног језика у петом разреду основне школе. Наставни програми поново су у директној корелацији са шест нивоа компетенција *Заједничког европског оквира* (са циљем да

ученици у првом страном језику који уче од првог разреда основне школе постигну ниво A1 на крају четвртог разреда, и ниво A2 на крају осмог разреда; други страни језик, који се уводи у петом разреду заступљен је са већим бројем часова недељно, што би требало да омогући да на крају осмог разреда основне школе ученици имају исти ниво компетенције у првом и другом страном језику који уче). Истичемо, међутим, да овај покушај усаглашавања са европским образовним смерницама, на жалост, остаје у сфери индивидуалних уверења и напора творца наставних програма, те да Министарство просвете и спорта Републике Србије ни на који начин није озваничило ову везу између курикулума за стране језике и *Заједничког европског оквира*. Наглашавамо да све док не буде постојало екстерно вредновање постигнућа, наши ученици неће моћи да пореде своје знање са знањем својих вршињака у Европи, а приликом преласка на виши ниво образовања и даље ће постојати опасност да се са учењем креће од почетног нивоа.

Остаје још низ нерешених проблема, међу којима је најзначајнији недостатак квалификованих и мотивисаних наставника страних језика, нарочито наставника енглеског, јер је енглески, из очигледних разлога,<sup>7)</sup> најпопуларнији страни језик, у формалном и у неформалном образовању. С

осталим језицима у понуди (немачки, француски, руски, италијански и шпански) ситуација са наставним особљем је много боља јер је потражња у школама мања, те ју је углавном могуће задовољити оним бројем дипломираних професора датих језика које излазе из наших академских институција високог образовања. Исто тако, истичемо да катедре за такозване "наставне" језике на филолошким факултетима српских универзитета у своје наставне планове укључују предмете из примене лингвистике и методике наставе страних језика и тиме обезбеђују да будуће генерације наставника у учионице улазе припремљени и обучени да своје професионално усавршавање наставе у складу са најновијим достигнућима у овој области.

С правом се надамо да ће се будућим генерацијама ученика из Србије (и то свим, а не само припадницима економске и културне елите), који су у једном тренутку седамдесетих и осамдесетих година прошлог века када је у питању учење страних језика, били авангарда међу децом Европе, поново пружити могућност да се успешно интегришу у европски образовни и професионални контекст, задовољавајући при томе своја лична и професионална интересовања и доприносећи добробити својих локалних и регионалних заједница, и/или чак и просперитету међународне заједнице.

7) Енглески језик, истичемо, треба третирати као "језик за комуникацију" а не као "језик за идентификацију" (v. House, 2003) те га никако не треба схватати као фактор који угрожава лични или национални интегритет наших ученика.

*Додајак бр. 1. Глобална скала нивоа (Заједнички европски оквир, стр. 24)*

Самостални кандидат	Ц2	Може да са лакоћом разуме практично све што чује или прочита. Може да резимира информације из различитих усмених или писмених извора, да реконструише аргументацију и понуди објашњења у оквиру кохерентне презенације садржаја. Може да се изрази спонтано, веома флуентно и прецизно, и да разликује фине нијансе значења чак и у веома сложеним ситуацијама.
	Ц1	Може да разуме различите врсте захтевних и дужих текстова, и да препозна имплицитна значења. Може да се изрази спонтано и флуентно без превише очигледних тражења израза. Може да користи језик флексибилно и ефективно у различитим социјалним, професионалним и академским контекстима. Може да произведе јасан, добро организован и детаљан текст о комплексним темама, демонстрирајући контролисану употребу организационих образца, конектора и кохезионих елемената у дискурсу.
Напредни кандидат	Б2	Може да разуме основне идеје комплексног текста који се бави како конкретним, тако и апстрактним темама, укључујући и "техничку" (у смислу употребе одређене терминологије и регистра) дискусију у својој професионалној области. Може да користи језик са нивоом флуентности и спонтаности који омогућава неометану комуникацију са изворним говорницима (без већег труда са једне или друге стране). Може да произведе јасан, детаљан текст о различитим темама и објасни своје мишљење о нечemu представљајући предности и недостатке различитих мишљења.
	Б1	Може да разуме кључна значења инпута представљеног у јасној и стандардној форми, о темама које познаје и које се односе на различите познате аспекте живота и рада. Може да се снађе у већини ситуација које су могуће током путовања кроз регионе где се циљни језик говори. Може да произведе једноставан текст који следи принципе логичног излагања на познате теме или теме од посебног значаја за датог ученика. Може да опише догађаје, искуства, снове, наде и амбиције и да кратка образложениења својих мишљења и планова.
Кандидат почетник	A2	Може да разуме реченице и фреквентне фразе и изразе у вези са непосредним окружењем и искуствима (основне информације о породици, куповини, локалној географији, професијама, итд.). Може да комуницира у оквиру једноставних и рутинских задатака који захтевају једноставну и директну размену информација у вези са познатим и рутинским стварима. Може да једноставним реченицама изрази информације о себи, непосредном окружењу, и о основним потребама.
	A1	Може да разуме и користи свакодневне познате изразе и веома једноставне фразе у циљу задовољења неке конкретне потребе. Може да се представи, да представи друге, да тражи и даје информације о себи и другима, нпр. где живи, које људе познаје, ствари које поседује. Може да комуницира на једноставан начин уколико саговорник говори полако и јасно и спреман је да пружи помоћ.

## Литература

- Council of Europe (2001): *Common European Framework of Reference for Languages: Learning, teaching, assessment*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Council of Europe/Conseil de l'Europe (2003): *Заједнички европски оквир за живе језике. Учење, настава и оцењивање*, Подгорица, Република Црна Гора, Влада Републике Црне Горе, Министарство просвјете и науке.
- Димитријевић, Наум (2004): *Реформа образовања у Србији*, Славко Зорић (ур.), О раном учењу страних језика, Синдикат образовања, науке и културе, Београд, СОНиК.
- Филиповић, Јелена, Јулијана Вучо & Љиљана Ђурић (2005): *Language education policy in Serbia: utopia or reality?* Рад саопштен на 14. Светском конгресу Међународног удружења за примењену лингвистику, АИЛА, 24 - 29. јула 2005, Медисон, Висконсин, САД.
- House, Juliane (2003): English as a lingua franca: A threat to multilingualism, *Journal of Sociolinguistics* 7/4: 556-578.
- Ковач-Церовић, Тинде, Левков, Љиљана (ур.) (2002): *Квалитетно образовање за све, Путеви ка развијеном друштву*. Београд: МПСРС, Сектор за развој образовања и међународну просветну сарадњу; Одељење за стратешки развој образовања.
- Ковач-Церовић, Тинде, et al. (2004): Квалитетно образовање за све, Изазови реформе образовања у Србији, Београд, МПСРС, Сектор за развој образовања и међународну просветну сарадњу; Одељење за стратешки развој образовања.
- Министарство правде Републике Србије. *Закон о службеној употреби језика и писама*. Београд, Службени гласник Републике Србије 45, 27. VII 1991.
- Министарство просвете и спорта Републике Србије (2001): *Десет година реформи образовања у европским земљама*, (наслов оригинала: *Erudice: Zehn Jahre Bildungsreformen in Bereich der Schulpflicht in der Europäischen Union (1984-1994)*; превод са немачког: Савица Тома), Београд, МПСРС, Сектор за развој образовања и међународну просветну сарадњу.
- Министарство просвете и спорта Републике Србије (2004): *Основе школског програма основног васпитања и образовања*, Београд, Просветни преглед.
- Министарство просвете и спорта Републике Србије (2003): Посебне основе школског програма за први разред основног васпитања и образовања, Београд, Просветни преглед.
- Половина, Пера (1994): *Методика наставе француског језика*, Београд, Научна књига.
- Точанац, Душанка (1990): Учење језика у СФРЈ југославији, *Зборник радова са Прве конференције Живи језици: учење/настава - комуникативни приступ и образовање наставника*, Нови Сад, Универзитет у Новом Саду, Филозофски факултет, стр. 5-16.
- Винавер, Н. & З. Жилетић (1996): *О маргинализацији европског искуства у Југославији*. Преводилац 1-4, 5-14.
- Вучо, Јулијана (2004): Странице језици у реформи образовања у Србији, *Васпитање и образовање*, 152-166.
- Вучо, Јулијана (2005): *Istituzioni e insegnamento di lingue straniere. Verso una politica europea*. In: *Lingue, istituzioni, territori. Riflessioni teoriche, proposte metodologiche ed esperienze di politica linguistica. Atti del XXXVIII congresso internazionale di studi della società di linguistica italiana (SLI)*, Modena, 23-25 settembre 2004, Roma, Bulzoni, str. 435-445.

### **Summary**

*An outline of the history of early foreign language education in formal settings in Serbia in the second half of the 20th and at the beginning of the 21st century is presented in this paper, with the main objective to demonstrate a more or less direct link between a socio-political framework of a given state and its attitudes towards foreign language education. During the 1970s and 1980s, Serbian children were by considered by many (the Language Policy Division of the Council of Europe, among others) the avant-garde among the children of Europe when it comes to early foreign language instruction. Political circumstances which caused the isolation of the country during the 1990s did not in a serious way change the overall trajectory of early foreign language instruction. The curricular reform initialized in 2000 aimed at assuring every Serbian child a right to study at least two foreign languages from the day 1 of formal primary education, but it was frustrated by a serious change in power in the Serbian parliament at the end of 2003. Another series of political changes during the year 2004 has placed foreign language instruction (particularly in primary education) in the center of public and political debates, which have been concluded, at least for the time being, with another shift toward strengthening the importance and presentation of early foreign language instruction in compulsory primary education.*

**Key words:** politics and foreign language education policy, early foreign language education, compulsory primary education, curriculum design

Приказ

## О ЕНГЛЕСКИМ ФРАЗАЛНИМ ГЛАГОЛИМА ИЗ СРБИСТИЧКОГ УГЛА

*Данка Ђокић: Српско-енглески речник  
енглеских фразалних глагола, Београд, 2005:  
издавач - аутор*

1. *Српско-енглески речник енглеских фразалних глагола* представља други део значајног лексикографског подухвата др Данке Ђокић. Она је 2002. године објавила *Енглеско-српски речник фразалних глагола*. У Предговору речника из 2002. године ауторка објашњава да "фразални глаголи у енглеском језику представљају граматичко-лексичку категорију која је дugo била занемарена у описима енглеског језика. То се може донекле објаснити чињеницом да је број фразалних глагола од тренутка њиховог настајања био веома мали. Услед потребе за новим значењима, током времена се њихов број увећавао и још увек је у сталном порасту. Та творачка снага се може објаснити лингвистичким принципом економије у језику, јер је лакше створити нови глагол од постојећих језичких елемената, него измислiti нови." Тако, у енглеском језику из дана у дан ничу глаголи попут *give in, turn out, set up* итд.

Да би истраживачи фразалних глагола добили потпунији увид у њихову структуру и значење, др Данка Ђокић се одлучила да изради и јединствени *Српско-енглески речник енглеских фразалних глагола*. Пошто су одреднице у овом речнику српски глаголи, изазов за србистику представља анализа тих глагола. Дакле, ако се у енглеском језику потреба за именовањем нових појава решава, како каже Данка Ђокић, фразалним глаголима, како се тај проблем превазилази у српском језику?

2. Лексички систем сваког језика, па тако и српског и енглеског, поседује језгро и периферију. Језгро лексичког система састоји се из примарне, основне лексике. Основна лексика је обично најфrekвентнија, најстарија, домаћег је порекла и њоме су именоване базичне појаве у нашем свакодневном живљењу: делови куће и покућства, храна коју једемо, пића која пијемо, делови људског

тела, основне људске активности, особине и емоције. Другим речима, њоме је именовано оно што је базично и што се у животу човека не мења, без обзира на простор и време.

Остале појаве, оне које су мање важне, које су усклађене с временом у којем живимо, оне које су сасвим нове, само су делимично покривене називима. Наиме, много је више појава у стварности него имена за њих. Када треба именовати нешто за шта не постоји име, морамо се сназити и те појаве секундарно именовати. Тако настала лексика спада у лексичку периферију, али је врло значајна, јер одговара и језичким и животним потребама данашњег човека.

Одговор на важно питање савремене лексикологије како настаје језичка периферија, односно како именујемо нове или из других разлога неименоване појаве, пажљив читалац може извући из *Српско-енглеског речника фразалних глагола* Данке Ђокић. И више од тога. Из

---

података датих у овом речнику сазнајемо како се овај проблем решава у српском, како у енглеском и у чему су разлике између српског и енглеског језика у том смислу.

3. За енглески, као аналитички језик, грађење фразалних глагола, који истовремено представљају и лексичке и синтаксичке конструкције, јесте очекивани модел за именовање онога што је потребно именовати.

Шта нам показује превод ових глагола на српски језик и српско-енглеско устројство овог речника?

3.1. Пре свега, запажамо једну упадљиву сродност између српског и енглеског језика. У највећем броју случајева, оно што је секундарно у енглеском, секундарно је и у српском језику. Другим речима, оне радње, стања и збивања за које у енглеском језику не постоји проста, основна реч, већ постоји секундарно именовање у виду фразалних глагола, ни у српском језику нису именовани основном лексиком, већ на неки други начин.

3.2. Неким енглеским фразалним глаголима у српском језику одговарају **стране речи**: *анжажоваћи*, *айсорбоваћи*, *блокираћи*, *дебитковаћи*, *дифинисаћи* итд. Дакле, када за неку појаву не постоји адекватан назив, у енглеском се тај проблем може решити састављањем фразалних глагола од постојећег језичког материјала, а у нашем језику тај се проблем може решити позајмљивањем речи из

страних језика. Ово није неочекивано. Напротив. Говорници нашег језика имају снажан осећај да се недостатак речи у нашем језику увек решава позајмљивањем речи и да то озбиљно угрожава наш језик. Речник Данке Ђокић на микроплану српских еквивалената енглеских фразалних глагола покazuје да то није сасвим тачно. Користимо се страним речима, али то није доминатан начин сналажења када у нашем језику не постоји адекватна реч. То је потврдио и лексикограф др Ђорђе Оташевић, на ширем плану. Он сакупља нове речи у српском језику. Сакупио их је неколико десетина хиљада и запазио да међу њима има само 3 или 4 процената англицизма, а ни интернационализма нема превише. Дакле, позајмљивање речи је маргиналнији начин у српском језику за именовање нових појава.

3.3. Други начин је **полисемија**. Када треба назвати неку појаву, говорници енглеског ће конструисати фразални глагол, а говорници српског ће неком глаголу који припада основном лексичком фонду дати ново, специфично значење. Тако, на пример, у речнику Данке Ђокић проналазимо глагол *дати* у различитим значењима која су илустрована различитом допуном глагола (*дати новац*, *дати анестезију*, *дати резултат*, *дати савет*). За свако од ових значења глагола *дати* у енглеском језику постоји посебан фразални глагол. Нарочит изазов за контрастивна лексиколошка испитивања пружају

различити типови односа између значења поједињих глагола. На пример: да ли су *дати* у *дати резултат* и *дати* у *дати савет* заиста два значења или само две употребе глагола *дати* у српском језику. Или - какав је однос између енглеских фразалних глагола *to brim over*, *to slop over*, *to spill over*. Ови глаголи су у речнику наведени као три могућности које се на српски језик преводе истим глаголом - глаголом *йрелити се*. Решавањем ових контрастивних семантичких односа, много бисмо сазнали о природи полисемије.

3.4. Најфреkvентнији начин за спецификање радње, за исказивање неког њеног семантичког аспекта јесте **творба речи**. Највећем броју енглеских фразалних глагола одговара српски префиксирани глагол. Овај податак исказан у речнику Данке Ђокић на микросистему преводних еквивалената енглеских фразалних глагола потврђује се и на ширем корпусу свих врста речи. Према подацима Ђорђа Оташевића, највећи број нових речи у нашем језику настаје творбом речи. Дакле, када у нашем језику не постоји реч за неку појаву, најчешће се снalaзимо тако што творимо нове речи, користећи се постојећим језичким материјалом српског језика и постојећим творбеним моделима. Овај податак је врло значајан, јер се супротставља суморним прогнозама неких наших лингвиста у вези са будућношћу српског језика. По тим прогнозама, српски језик нестаје пред навалом страних речи. Подаци

---

Ђорђа Оташевића, па и ови исказани у речнику Данке Ђокић, показују да то није тачно. Српски језик се богати пре свега из сопствених ресурса! Пошто се сви подаци до којих се може доћи анализом микросистема преводних еквивалената енглеских фразалних глагола поклапају са подацима из ширег корпуса, закључујемо да су у српском језику, вероватно, најпродуктивнији (или су прилично продуктивни) они префиксни који су најфrekventнији у *Српско-енглеском речнику енглеских фразалних глагола*. Рекло би се (не превише прецизно) да су најфrekventнији префиксни у овом речнику: *из-*, *по-/пог-*, *о-/ог-*, *за-* и *у-*.

3.5. Оно што представља изненађење у овом речнику јесте мноштво српских еквивалената које сачињава експресивна лексика (пре свега речи из омладинског жаргона): *циматићи*, *ирћи*, *ирничити*, *бубаћи*, *ћорнући*, *зезатићи* итд. И експресивна лексика спада у лексичку периферију и паразитира, као и сви други облици секундарне лексике на основном лексичком фонду. То значи да су и ове речи настале или добиле своја експресивна значења полисемијом и творбом речи од примарне лексике, лексике из основног лексичког фонда.

3.6. Видели смо да највећем броју енглеских фразалних глагола одговарају српски глаголи настали творбом речи или они чија су специфична значења настала полисемијом. Има, међутим, и оних фразалних глагола који се у српском језику не могу превести једном речју већ неком конструкцијом. Ти примери су нарочито занимљиви за контрастивна лексичка проучавања. Тако, на пример, у енглеском језику постоје фразални глаголи који се у српском овако преводе: *говорити без престанка* (*to talk away*), *говорити гласније* (*to speak up*), *говорити и даље* (*to run on*), *говорити са висине* (*to talk down to*). Оваквих примера нема много, али, чини се да преводне еквиваленте углавном немају они фразални глаголи у којима је садржана семантичка компонента начина вршења радње. Занимљиво би било детаљано анализирати ове глаголе и видети постоје ли, ипак, бар за неке од њих одговарајући преводни еквиваленти и како су настали ти глаголи у српском језику.

4. Циљ овог приказа јесте да се нагласи да фразални глаголи у енглеском језику представљају лексички микросистем којим се не именују основне радње, стања и збивања (јер су за то задужени основни глаголи, који су често и

садржани у фразалним), већ они представљају периферијски део лексике, настао својеврсном енглеском лексичко-сintаксичком творбом речи. *Српско-енглески речник енглеских фразалних глагола* др Данке Ђокић пружа нам увид у то како се проблем именовања неименованих појава решава у српском језику. Покушали смо да покажемо да све оно што важи за микросистем српских еквивалената енглеских фразалних глагола важи и за макросистем целокупне секундарне лексике српског језика. Из овог речника сазнајемо много и о структури лексике нашег језика, а не само о енглеским фразалним глаголима и зато је лева страна овог речника (тј. његов српски део) драгоцен грађа за проучавање актуелних процеса у бogaћењу лексичког система српског језика.

Не треба посебно наглашавати колико ће овај речник бити користан у настави енглеског језика, јер ученицима и студентима пружа увид у фразалне глаголе, али и поглед на један од најпродуктивнијих начина за настајање нових речи у енглеском језику.

Др Рајна Драгићевић  
Филолошки факултет,  
Београд

Приказ

## ПЕДАГОШКО-АНДРАГОШКИ АСПЕКТ ВРЕДНОСНИХ ОРИЈЕНТАЦИЈА МЛАДИХ И ОДРАСЛИХ

*Гордана Будимир-Никовић:  
Вредносне оријентације младих и одраслих,  
Учиштељски факултет, Јагодина, 2004.*

Пред нама је монографија доц. др Гордане Будимир-Никовић *Вредносне оријентације младих и одраслих*, чија основа је истоимена докторска дисертација. Монографија представља резултат теоријско-емпириског истраживања суштинских питања и проблема савремених вредносних оријентација младих и одраслих у Србији, прецизније, вредносних оријентација ученика завршних разреда средњих школа и њихових родитеља. Ово истраживање има изражен педагошко-андрагошки карактер, обезбеђујући тако себи значајно место у области истраживања вредносних оријентација младих и одраслих, где је овај аспект занемарен или се односи на неки ужи проблем. Педагошки значај је садржан у систематизовању и увећавању научних знања о васпитним потенцијалима вредносних оријентација младих и одраслих, те у могућностима примењивања тих сазнања на унапређивање васпитне праксе, првенствено у

породичном, а затим и у школском животу. Комплексност истраживања је условљена комплексношћу три оновна процеса, социјализације, индивидуализације и персонализације, који уобличавају вредносне оријентације младих и одраслих у породичном, а што се тиче младих и у школском животу.

У оквиру теоријских основа истраживања аутор осветљава педагошко-андрагошке потенцијале вредносних оријентација младих и одраслих, тј. објашњава на који начин и у којој мери субјекти и објекти васпитно-образовног рада (васпитачи и васпитаници, наставна средства, облици, методе и наставни садржаји и њихови међусобни односи), утичу на младе и одрасле. Истичући да је оправдано очекивати да се вредносне оријентације младих формирају и на основу вредносних оријентација одраслих (родитеља и наставника), аутор наглашава значај сагласности педагошко-андрагошких потен-

цијала у функцији постизања циља васпитања и образовања са активностима субјекта (родитеља, наставника, деце, ученика, младих). Вишедимензионални проблем истраживања, у коме разликујемо најуже језгро, педагошке потенцијале вредносних оријентација младих на релацији вредносне оријентације ученика-успех у учењу, затим вредносне оријентације родитеља тих ученика (што укључује садржаје породичног васпитања и нарочито прати међуљудске односе у породици, поступке родитеља према деци и деце према родитељима), као и утицај вршњака на формирање вредносних оријентација у породичном и школском животу веома је студиозно и систематично обрађен.

Аутор је намеру да утврди и објасни педагошко-андрагошке потенцијале вредносних оријентација младих и одраслих остварио реализацијом следећих истраживачких задатака: (а)

---

испитивањем и утврђивањем битних чинилаца вредносних оријентација младих и одраслих и њихове међузависности; (б) истраживањем и утврђивањем утицаја метода васпитања, васпитних средстава и ставова родитеља на вредносне оријентације деце; (в) утврђивањем међузависности школског успеха и вредносних оријентација ученика и њихових родитеља; (г) испитивањем и утврђивањем међузависности задовољства породицом, досадашњим животом и стиловима живота младих и одраслих. Општу хипотезу да "постоји значајна међузависност педагошко-андрагошких потенцијала и вредносних оријентација младих и одраслих" и посебне хипотезе "да постоји позитивна корелација између потреба, вредности и вредносних оријентација младих и одраслих", "да постоји значајан утицај одређених метода васпитања, васпитних средстава и ставова родитеља на вредносне оријентације деце", "да постоји корелација између школског успеха ученика, нивоа образовања, друштвено-економског статуса и старости родитеља са стиловима живота и животним потребама младих и ораслих", "да постоји корелација између задовољства породицом и животом и стилова живота младих и одраслих", аутор проверава кроз опсежно емпиријско истраживање.

Добијени резултати истраживања омогућили су извођење следећих закључака: (1) личност са развијеним способностима и повољним условима живота има

и већи број потреба, као и средстава и начина за њихово задовољење; истовремено, бројни друштвени услови могу утицати на развој и мењање вредносних оријентација у оба наведена старосна доба; (2) најзначајнији друштвени услови живота који утичу на вредносне оријентације младих и одраслих су економски, политички и културни, тј. то су друштвено-економски систем, политички систем и културни обрасци живота; (3) теоријско истраживање показало је да су најзначајнији извори педагошких потенцијала вредносних оријентација младих и одраслих, пре свега, породични и школски живот и утицај вршњака, када су упитању млади; (4) вредносне оријентације младих и одраслих класификоване су у седам врста и то: економско-утилитарна, хедонистичка, прометејска, алtruистичка, стваралачка, политичка и сазнајна; (5) у оквиру васпитања у целини, посебно у оном које се одвија у породици и школи, постоје бројни педагошко-андрагошки потенцијали у вредносној сфери живота ученика и њихових родитеља; ти потенцијали су примарно у хуманим и демократским међуљудским односима, у породици и школи, а затим и шире се налазе у међузависности; (6) постоји повезаност и међузависност вредносних оријентација деце и њихових родитеља; класификација стилова живота на седам врста, у којој аутор на првом месту рангира стваралачки, а на последњем хедонистички, показује да велики број испитаника предност даје управо ствара-лачкој вредносној оријентацији; (7) постоји значајна међузависност између метода васпитања, васпитних средстава и ставова родитеља према деци, као и вредносних оријентација деце; показује се да родитељи највише користе методу подстицања, а најмање методу спречавања, док су најчешћа васпитна средства поуке, савети, упозорења и одобравања, као и подстицање речима; најчешћи ставови родитеља су претерано заштитнички и претерано попустљив; (8) постоји значајна међузависност између школског успеха и вредносних оријентација, али и вредносне оријентације родитеља утичу на школски успех њихове деце; позитивне вредносне оријентације ученика (сазнајна, стваралачка и алtruистичка) позитивно утичу на школски успех, а са друге стране, бољи школски успех позитивно утиче на формирање и учвршћивање пожељних вредносних оријентација; (9) истраживање о међузависности задовољства породицом и досадашњим начином живота, на једној страни, и вредносних оријентација на другој, показују да свим групама испитаника највише задовољства пружају искреност, веселост и међусобно помагање; разговор о садржајима из школе младима пружа најмање задовољства, а спортске активности представљају најмање задовољство за њихове родитеље; (10) на основу добијених података, аутор на крају изводи закључке о будућем развоју вредносних оријентација младих и одраслих, као и о њиховим педагошко-андрагошким

---

потенцијалима; пожељне вредносне оријентације, просоцијалне и оријентација самореализације људи као аутентичних јединки (личности) биће омогућени развојем демократије и већих слобода личности; породица и школа ће у ближој и даљој будућности бити значајни чиниоци промовисања вредности, вредносних система и формирања пожељних вредносних оријентација, али ће друштвени развој условити прекомпоновање основних функција породице (неке њене функције ће ослаби-

ти) и школе, које ће потпуније остваривати циљеве васпитања и тако уобличавати вредносне оријентације ученика.

Монографија доц. др Гордане Будимир-Нинковић, *Вредносне оријентације младих и одраслих*, пружа богату теоријску анализу веома значајног педагошко-андрогошког проблема, као и богату емпиријску грађу, која на исцрпан начин расветљава вредносне оријентације младих и одраслих у Србији у тренутку када се стари вредносни систем

није потпуно урушио и када се још увек не зна који ће га вредносни систем заменити. Актуелност истраживаног проблема може помоћи у трагању за одговорима образовања на нове изазове, које пред њим поставља друштво захваћено снажним променама.

Због свега наведеног, ова књига је значајно научно дело.

*Mr Весна Трифуновић  
Учићељски факултет,  
Јагодина*

## Стручне информације

# УПРАВЉАЊЕ У ОБРАЗОВАЊУ - КОРИСНЕ WEB ЛОКАЦИЈЕ

**Центар за истраживање и иновације у образовању**  
[http://www.oecd.org/department/0.2688,en\\_2649\\_35845581|1|1\\_1,00.html](http://www.oecd.org/department/0.2688,en_2649_35845581|1|1_1,00.html)

Од 1986. године у оквиру Организације за економску сарадњу и развој најразвијенијих европских земаља, Канаде и САД (OECD), формиран је Центар за истраживање и иновације у образовању (CERI - Centre for Educational Research and Innovation).



Програм рада Центра је мултидисциплинарн. Један од главних задатака Центра је: координација, подстицање и предузимање истраживачких активности у сфери образовања (усмеравање студијског и огледног рада ка увођењу иновација у наставу), на међурдјавну сара-

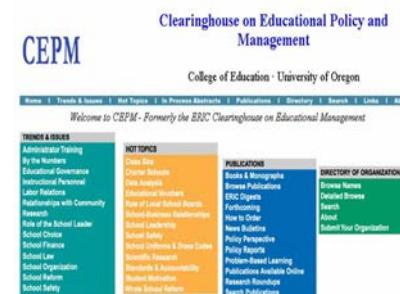
дњу земаља чланица (на истраживању и примени иновација на свим ступњевима образовања).

На Интернет локацији CERI, у оквиру различитих публикација, можемо пронаћи информације о образовним системима и образовним институцијама као и промишљања о њиховој будућности.

## Управљање у образовању и образовна политика

<http://eric.uoregon.edu/index.html>

Учитељски факултет Универзитета у Орегону бави се издаваштвом различитих публикација (монографија, књига, часописа) од интереса за национално образовно тржиште (шко-



лску управу, истраживаче, наставнике и други персонал).

Посебна пажња поклања се управљању или менаџменту у образовању. На локацији можемо пронаћи различите линкове као што су: актуелне теме, тенденције, публикације и корисне адресе.

## Мичигенски институт за управљање у образовању

<http://www.gomiem.org/>

Мичигенски институт за управљање у образовању почeo је са радом 1981. године. Институт је основан од стране удружења директора образовних установа и пословне школе. Са овом установом можемо се упознати преко одељака: *О нама, Конференције и радионице, Контакт* итд.



**Образовање за све до 2015. године**  
[http://portal.unesco.org/education/en/ev.php-URL\\_ID=42332&URL\\_DO=DO\\_TOPIC&URL\\_SECTION=201.html](http://portal.unesco.org/education/en/ev.php-URL_ID=42332&URL_DO=DO_TOPIC&URL_SECTION=201.html)

На Интернет локацији UNESCO-а за образовање, можемо се упознати са: сталним темама (Основно образовање, Средње образовање, Писменост, Инклузивно образовање, Образовање учитеља итд.); образовним циљевима до 2015. године; образовним мрежама и новостима. Под окриљем ове организације раде експерти из различитих области чије су анализе од великог значаја за будућност.



**UNESCO-ва катедра за управљање у високом образовању**  
<http://www.unizg.hr/unesco/index.html>

Мултидисциплинарни приступ у управљању високим образовањем поље је активности Катедре за менаџмент у високом образовању Универзитета у Загребу. Уграђене хипервеле на матичној страни нас воде до различитих одељака (О пројекту, Догађања, Литература, Линкови) који говоре о овом значајном пројекту.



**Велика листа линкова за управљање наставним процесом**  
<http://drwilliampmartin.tripod.com/classm.html>

Аутори ову Интернет локацију препоручују као једну од највећих. На њој се налази 149 линкова који се баве темама везаним за управљање и руковођење у основношколском и средњешколском образовном систему.

**Безбедност у школи**  
<http://www.keepschoolssafe.org/index.htm>



**The Really Big List of Classroom Management Resources**

See below for our recently created collection of classroom management and discipline websites, all probably the longest in the world. With thousands created by a blogspot and categorized by University of Wisconsin graduate students who gave up one week of their lives creating the entire Internet (well almost), this site has many of the best that cyberspace has to offer. There are classroom management techniques tailored to elementary and secondary education, discipline ideas for new and experienced teachers, tips for handling special education, suggestions for getting organized, strategies for preventing behavior problems, sample classroom rules, ways of creating a caring community, and information on new products and services. There are even a few resources for those who question the basic premise of "classroom management." This site has it all. For those of you who are interested only in the creation of the copy, consider visiting The Really Big List of Ed-in-the-Block Web Tools for Teachers and Students or The Really Big List of Education Websites & Links.

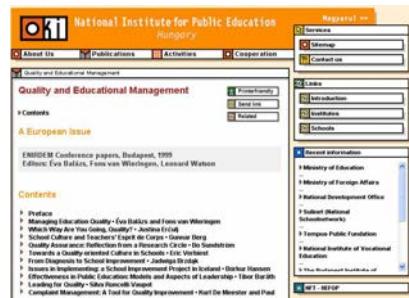
Локација је намењена првенствено школској управи, али и ученицима и њиховим родитељима. Под паролом да школа треба да буде безбедна за све који бораве у њој, аутори локације Учинимо школу безбедном (енг. Keep Schools Safe) улажу напоре како би спречили насиље, криминал и употребу наркотика у школи.



**Квалитет и управљање у образовању**  
<http://www.oki.hu/oldal.php?tipus=kiadvany&kod=quality>

Квалитет и управљање у образовању (енг. Quality and Educational Management) део је Интернет локације мађарског националног института за образовање. На локацији можемо пронаћи следеће линкове: О нама, Публикације, Активности и Сарадња.

**Европска организација за квалитет**



<http://www.eoq.org/>

Европска организација за квалитет (EOQ- European Organization for Quality) има водећу улогу при концепирању и промоцији система оспособљавања/обуке за одговарајуће функције и задатке у области система квалитета. Већина земаља

Европе врши оспособљавање стручњака за систем квалитет. Оновна занимања су: менаџер квалитета EOQ, инжењер квалитета EOQ и оцењивач система квалитета.



На Интернет локацији Европске организације за квалитет можемо пронаћи све потребне податке на одељцима: О EOQ, База знања, Информације, Догађаји, Учешће и Контакти.

## Управљање пројектом

Управљање пројектом примењује одређене поступке на по-крећање, планирање, управљање, имплементацију и завршавање појединог пројекта дизајнираног за постизање одређених циљева. Управљање пројектом укључује три елемента. Руководилац пројекта управља задацима, ресурсима и временом. У суштини, што више зnamо о пројекту, можемо њиме боље

управљати. Навешћемо три значајне Интернет локације које могу помоћи у развијању вештине управљања пројектом.

### 1. Центар за управљање пројектима Колумбија Универзитета

<http://www.columbia.edu/~jm2217/>

Интернет локација Центара за управљање пројектима Колумбија Универзитета (*Columbia University Project Management Resource Center*) је својеврсна збирка линкова на широк опус ресурса који се баве управљањем пројектима.

### 2. Max Widemanov web

PROJECTREFERENCE			
FOR COLUMBIA UNIVERSITY REFERENCE SITE			
Last updated May 13, 2006			
Recommended Books	Getting Started	Sample MS-Project Plans	Other MS-Project Resources*
Sample ISO9000 & Charters	Europe ISO9000	Other Samples & Templates*	Project Methodology
Project Management Software*	Other Software Tools	Development Methodology*	MBS
Scheduling & Estimating*	PERT/CPM	Requirements*	Risk Management
Software Metrics	earned Value Analysis	Quality Assurance (QA)	Sample QA-Docs
Contract Management	Team Management	Configuration Management	Release/Deploy Process
Iteration & Closure	Project Recovery	CRM	RCA
PM Blogs & Social Networks	PM Organizations	PM Events*	Portfolio Management
Certification	List of Interest*	Premium PM Sites	PM Magazines
Jobs & Salary Links	Getting a PM Job*	PM Glossary/Dictionary	Other Rec. Links*

<http://www.maxwideman.com/issacns/index.htm>

На локацији можемо пронаћи: преглед управљања пројектом, савете, сугестије, речник.

110 + General | 110 + PM Guidelines | 1040 + PMBS Planning  
110 + Risks | 115 + Scope | 150 + PM Models | 1175 + Quality  
120 + PM Forms | 125 + Job Descriptions | 130 + Time | 115 + Cost | 115 + People  
140 + Contract Procurement | 140 + Sub Contracts

### 3. Управљање пројектом - интернационални часопис

<http://www.sciencedirect.com/science/journal/02637863>



**International Journal of Project Management**  
Copyright © 2006 Elsevier Ltd and the International Project Management Association (IPMA)  
Bookmark this page as: <http://www.sciencedirect.com/science/journal/02637863>

= subscribed = non-subscribed = complimentary

Дата локација садржи електронску верзију интернационалног часописа *Управљање пројектом* (енг. International Journal of Project Management).

mr Мирослава Ристић  
Учиљељски факултет, Београд



## **УПУТСТВО АУТОРИМА**

Часопис *Иновације у настави* објављује теоријске радове, прегледне радове и изворне истраживачке радове из научних и уметничких области релевантних за образовни и васпитни процес у школи. Поред тога, *Иновације* објављују и актуелне стручне радове, преведене радове, тематске библиографије, приказе књига, извештаје, стручне информације и струковне вести. За објављивање у часопису прихватају се искључиво оригинални радови који нису претходно објављивани и нису истовремено поднети за објављивање негде другде, што аутор гарантује слањем рада. Сви радови се анонимно рецензирају од стране два рецензента после чега редакција доноси одлуку о објављивању и о томе обавештава аутора у року од највише три месеца. Рукописи се шаљу електронском поштом или на дискети и не враћају се.

**Адреса редакције је:** Учитељски факултет,  
Београд, Народног фронта 43

**E-mail:** [inovacije@uf.bg.ac.yu](mailto:inovacije@uf.bg.ac.yu)

Рад приложен за објављивање треба да буде припремљен према стандардима часописа *Иновације у настави* да би био укључен у процедуру рецензија. Неодговарајуће припремљени рукописи биће враћени аутору на дораду.

### **Стандарди за припрему рада**

**Обим и фонти.** Рад треба да буде написан у текст процесору Microsoft Word, фонтом Times New Roman величине 12 тачака, ћирилицом, са размаком од 1,5 реда. Обим теоријских, прегледних и истраживачких радова је до једног ауторског табака (око 30 000 знакова), стручних и преведених радова до 6 страна (око 11 000 знакова) и извештаја, приказа, тематских библиографија 2-3 стране (око 3 800 - 5 600 знакова).

**Наслов рада.** Изнад наслова рада пише се име (имена) аутора и институција (институције) у којој ради (раде). Уз име аутора (првог аутора) треба ставити фусноту која садржи електронску адресу аутора. Уколико рад потиче из докторске или магистарске тезе у фусноти треба да стоји и назив тезе, место и факултет на којем је одбрањена. За радове који потичу из истраживачких пројеката треба навести назив и број пројекта, финансијера и институцију у којој се реализује.

**Резиме.** Резиме дужине 150-300 речи налази се на почетку рада и садржи циљ рада, примењене методе, главне резултате и закључке.

**Кључне речи.** Кључне речи се наводе иза резимеа. Треба да их буде до пет, пишу се великим словима и одвојене су косом цртом.

**Основни текст.** Радове треба писати језгриво, разумљивим стилом и логичким редом који, по правилу, укључује уводни део с одређењем циља или проблема рада, опис методологије, приказ добијених резултата, као и дискусију резултата са закључцима и импликацијама.

*Референце у тексту.* Имена страних аутора у тексту наводе се у оригиналу или у српској транскрипцији, фонетским писањем презимена, а затим се у загради наводи изворно, уз годину публиковања рада, нпр. Пијаже (Piaget, 1960). Када су два аутора рада, наводе се презимена оба, док се у случају већег броја аутора наводи презиме првог и скраћеница "i sar." или "et al."

*Цитати.* Сваки цитат, без обзира на дужину, треба да прати референца са бројем стране. За сваки цитат дужи од 350 знакова аутор мора да има и да приложи писмено одобрење власника ауторских права.

*Списак литературе.* На крају текста треба приложити списак литературе која је навођена у тексту. Библиографска јединица књиге треба да садржи презиме и иницијале имена аутора, годину издања, наслов књиге (курзивом), место издања и издавача нпр. Рот, Никола (1983): *Основи социјалне психологије*, Београд, Завод за уџбенике и наставна средства.

Поглавље у књизи наводи се на следећи начин: Хавелка, Н. (2001): Уџбеник и различите концепције образовања и наставе. У Б. Требешанин, Д. Лазаревић (ур.): *Савремени основношколски уџбеник*, Београд, Завод за уџбенике и наставна средства.

Чланак у часопису наводи се на следећи начин: аутор, година издања (у загради), наслов члanka, пуно име часописа (курзивом), волумен (boldован), број и странице нпр. Радовановић, И. (1994): Ставови ученика према особинама наставника физичког васпитања, *Физичка култура*, Београд, 48, 3, 223-229.

Web документ: име аутора, година, назив документа (курзивом), датум када је сајт посећен, интернет адреса сајта, нпр. Degelman, D. (2000). *APA Style Essentialis*. Retrieved May 18, 2000. from <http://www.vanguard.edu/psychology/apa.pdf>

Када се исти аутор наводи више пута поштује се редослед година у којима су радови публиковани. Уколико се наводи већи број радова истог аутора публикованих у истој години, радови треба да буду означени словима уз годину издања нпр. 1999a, 1999b...

Навођење необјављених радова није пожељно, а уколико је неопходно треба навести што потпуније податке о извору.

*Слике и табеле.* Слике (цртежи, графикони, схеме) и табеле могу се припремити компјутерском или класичном технологијом (тушем на паус папиру). Свака илустрација и табела мора бити разумљива и без читања текста, односно, мора имати редни број, наслов и легенду (објашњења ознака, шифара и скраћеница). Прилажу се на посебним листовима папира, без пагинације, класификоване по врстама и нумерисане унутар своје категорије (на пример, табеле 1, 2, 3... графици 1, 2,3... ). Редни број слике или табеле, као и презиме аутора, уписати на полеђини графитном оловком. Приказивање истих података табеларно и графички није дозвољено.

*Статистички подаци.* Резултати статистичких тестова треба да буду дати на следећи начин:  $F = 25.35$ ,  $df=1,9$ ,  $p < .001$  или  $F(1,9)=25.35$ ,  $p < .001$  и слично за друге тестове. За уобичајене статистичке показатеље не треба наводити формуле и референце.

*Фусноте и скраћенице.* Фусноте треба избегавати, а референце навести азбучним редом на крају рада. Скраћенице, такође, треба избегавати, осим изузетно познатих.